



## Förderung von Flüssigkeiten auf ein anderes Höhenniveau:

Oft wird Flüssigkeit unter Einsatz einer Pumpe von unten nach oben gefördert. Bei *Druckbehältern*, die durch Rohrleitungen verbundenen sind, ist jedoch jede Förderrichtung vorstellbar.

### A. Förderung ohne Pumpe mit $p > p_B$ aus einem Druckbehälter

- A.1 ins Freie ( $p = p_B$ ).
- A.2 in einen Freispiegelbehälter
- A.3 in einen Druckbehälter

### B. Förderung mit einer Pumpe aus einem Freispiegelbehälter

- B.1 ins Freie
- \*B.2 in einen Freispiegelbehälter (Pumpspeicherwerk, Schöpfwk.)
- B.3 in einen Druckbehälter

### C. Förderung mit einer Pumpe aus einem Druckbehälter

- C.1 ins Freie
- C.2 in einen Freispiegelbehälter
- \*C.3 in einen Druckbehälter



# Pumpenförderung zwischen 2 Freispiegelbehältern:

Erforderlicher Förderstrom  $Q = 0,25 \text{ m}^3/\text{s}$

Saugrohr:  $D_S = 0,3\text{m}$ ;  $L_S = 4\text{m}$

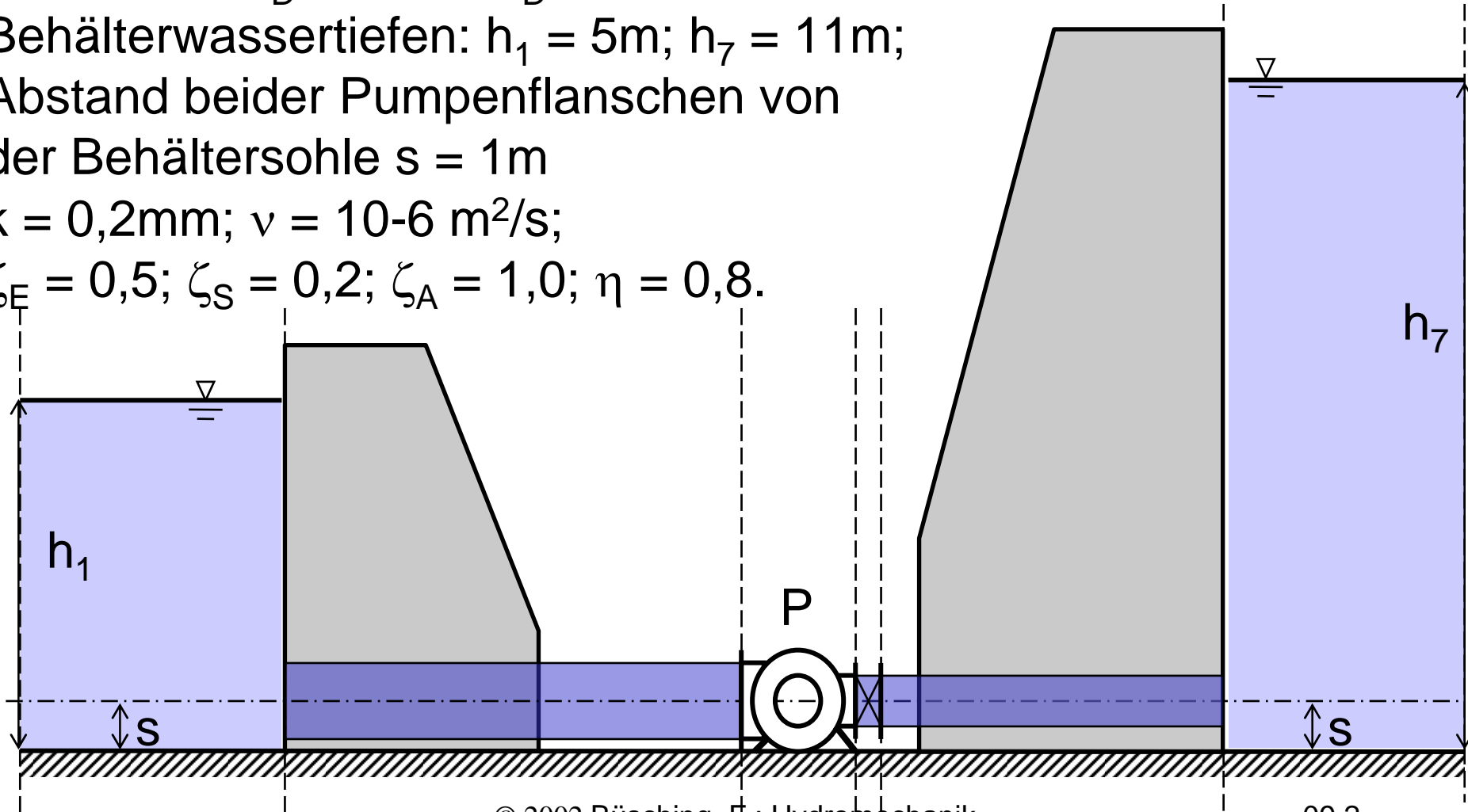
Druckrohr:  $D_D = 0,2\text{m}$ ;  $L_D = 10\text{m}$

Behälterwassertiefen:  $h_1 = 5\text{m}$ ;  $h_7 = 11\text{m}$ ;

Abstand beider Pumpenflanschen von  
der Behältersohle  $s = 1\text{m}$

$k = 0,2\text{mm}$ ;  $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ;

$\zeta_E = 0,5$ ;  $\zeta_S = 0,2$ ;  $\zeta_A = 1,0$ ;  $\eta = 0,8$ .

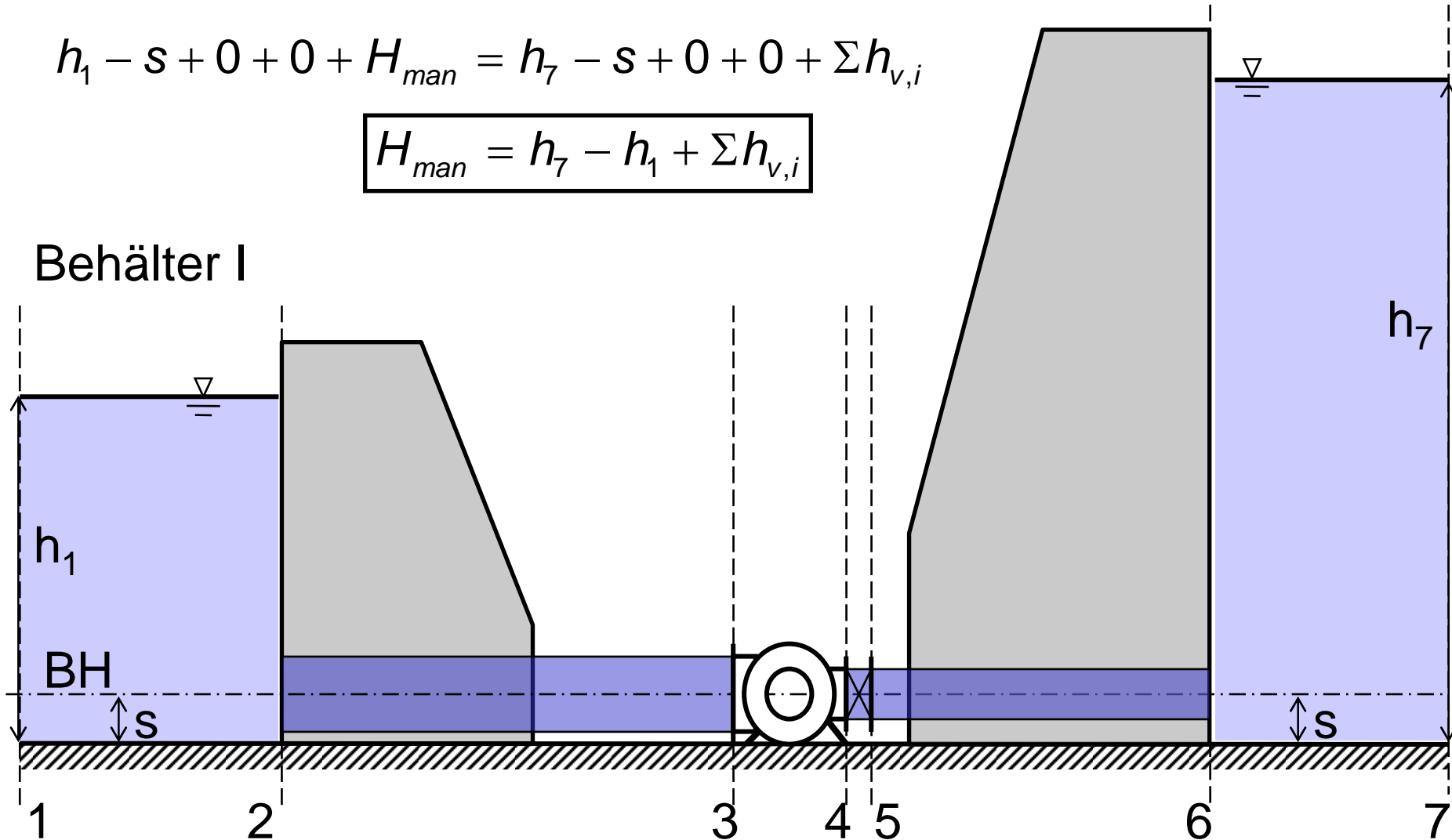




$$y_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} + H_{man} = y_7 + \frac{p_7}{\gamma} + \frac{v_7^2}{2 \cdot g} + \Sigma h_{v,i}$$

$$h_1 - s + 0 + 0 + H_{man} = h_7 - s + 0 + 0 + \Sigma h_{v,i}$$

$$H_{man} = h_7 - h_1 + \Sigma h_{v,i}$$





Die Summe der Verlusthöhen ist von den Geschwindigkeitshöhen im Saug- und Druckrohr abhängig:

$$Q = 0,25 \text{ m}^3 / \text{s} = A_{2-3} \cdot v_{2-3} = A_{5-6} \cdot v_{5-6}$$

$$v_{2-3} = \frac{0,25 \cdot 4}{\pi \cdot 0,3^2} = 3,54 \text{ m/s}; \quad \frac{v_{2-3}^2}{2 \cdot g} = 0,64 \text{ m}$$

$$v_{5-6} = \frac{0,25 \cdot 4}{\pi \cdot 0,2^2} = 7,96 \text{ m/s}; \quad \frac{v_{5-6}^2}{2 \cdot g} = 3,23 \text{ m}$$

$$\text{Re}_{2-3} = \frac{v_{2-3} \cdot D_{2-3}}{\nu} = \frac{3,54 \cdot 0,3}{10^{-6}} = 1,06 \cdot 10^6$$

$$\frac{k}{D_{2-3}} = \frac{0,0002}{0,3} = 6,7 \cdot 10^{-4}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Re}_{2-3} \\ \frac{k}{D_{2-3}} \end{array} \right\} \lambda_{2-3} = 0,018$$

$$\text{Re}_{5-6} = \frac{v_{5-6} \cdot D_{5-6}}{\nu} = \frac{7,96 \cdot 0,2}{10^{-6}} = 1,59 \cdot 10^6$$

$$\frac{k}{D_{5-6}} = \frac{0,0002}{0,2} = 10^{-3}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Re}_{5-6} \\ \frac{k}{D_{5-6}} \end{array} \right\} \lambda_{5-6} = 0,020$$



## Einzelverlusthöhen:

Einlaufverlust:

$$h_{v,E} = \zeta_E \cdot \frac{v_{2-3}^2}{2 \cdot g} = 0,5 \cdot 0,64 = 0,32m$$

kontinuierl. Verlust:

$$h_{v,R_{2-3}} = \lambda_{2-3} \cdot \frac{L_{2-3}}{D_{2-3}} \cdot \frac{v_{2-3}^2}{2 \cdot g} = 0,018 \cdot \frac{4}{0,3} \cdot 0,64 = 0,15m$$

Schieberverlust:

$$h_{v,S} = \zeta_S \cdot \frac{v_{5-6}^2}{2 \cdot g} = 0,2 \cdot 3,23 = 0,65m$$

kontinuierl. Verlust:

$$h_{v,R_{5-6}} = \lambda_{5-6} \cdot \frac{L_{5-6}}{D_{5-6}} \cdot \frac{v_{5-6}^2}{2 \cdot g} = 0,02 \cdot \frac{10}{0,2} \cdot 3,23 = 3,23m$$

Austrittsverlust:

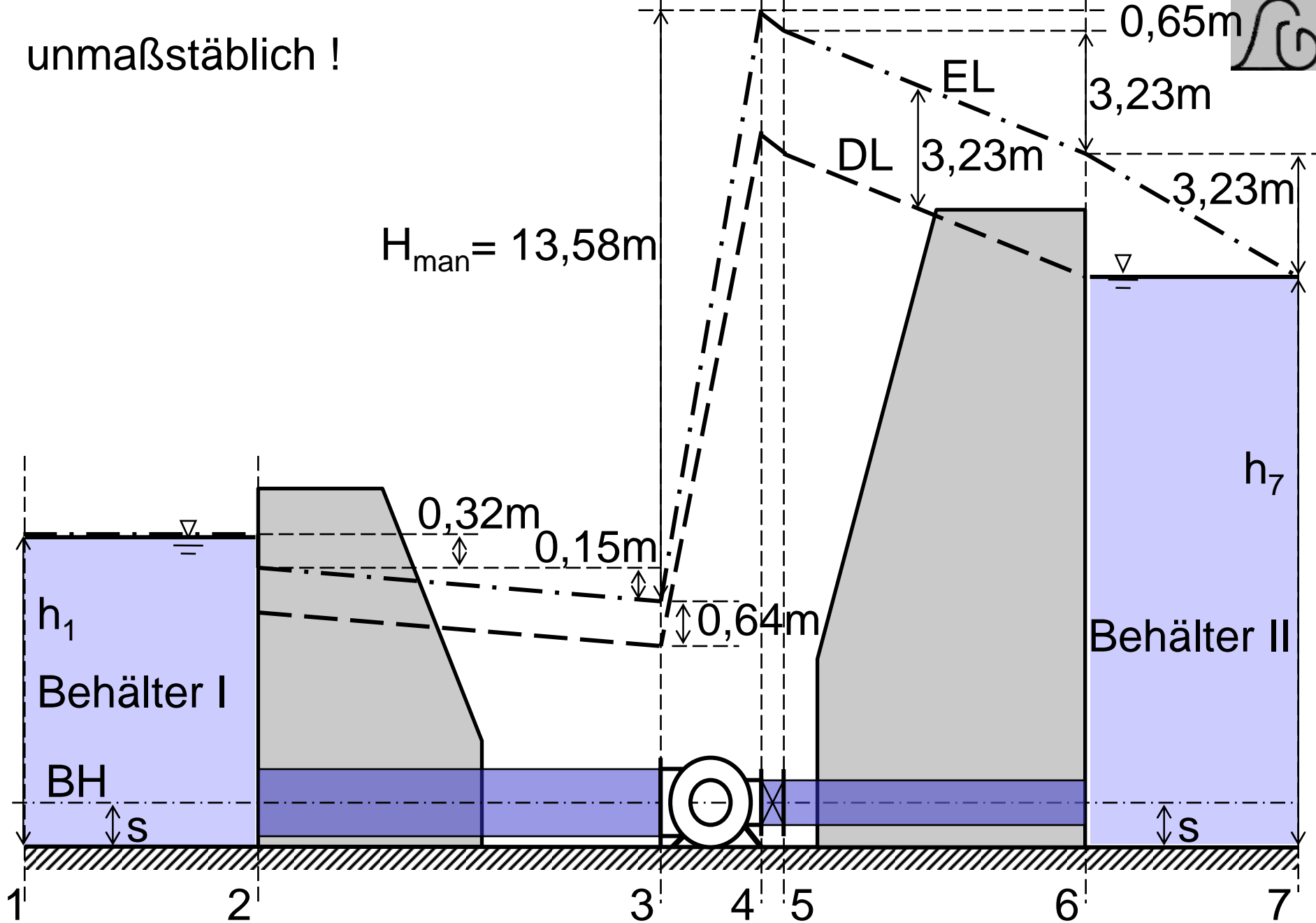
$$h_{v,A} = \zeta_A \cdot \frac{v_{5-6}^2}{2 \cdot g} = 1,0 \cdot 3,23 = 3,23m$$

Summe aller Energiehöhenverluste  $\Sigma h_v = 7,58m$

Von der Pumpe bereitzustellen:

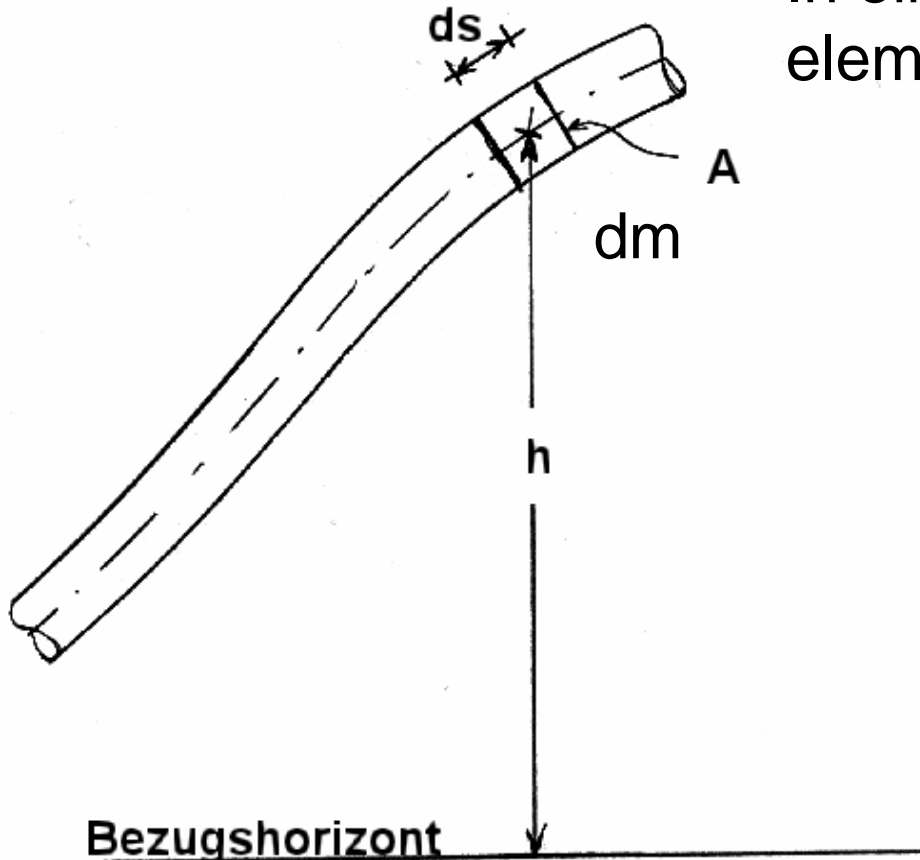
$$H_{man} = h_7 - h_1 + \Sigma h_{v,j} = 11 - 5 + 7,58 = 13,58m$$

unmaßstäblich !





# Leistungsbetrachtung bei einer stationären reibungsfreien Flüssigkeitsströmung:



In einem Stromfaden ist das Massenelement  $dm = \rho \cdot V = \rho \cdot A \cdot ds$ .

Seine potentielle Energie ist  
 $dE_{\text{pot}} = dm \cdot g \cdot h$   
 $= \rho \cdot A \cdot ds \cdot g \cdot h$

Die Leistung beträgt

$$P = \frac{dE_{\text{pot}}}{dt} = \frac{\rho \cdot g \cdot A \cdot ds \cdot h}{dt}$$

$$\frac{ds}{dt} = v; v \cdot A = Q$$

$$P = \rho \cdot g \cdot A \cdot v \cdot h = \rho \cdot g \cdot Q \cdot h$$

Für  $h$  kann die Druckhöhe, Geschwindigkeitshöhe aber auch eine Verlusthöhe eingesetzt werden.

$$P \text{ [kW]} = \gamma \cdot Q \cdot h$$



## Leistungen mit Bezug zu obiger Pumpen-Rohrleitung:

1. Die von der Pumpe aufzubringende *hydraulische* Leistung:

$$P_{ab} \text{ [kW]} = \gamma \cdot Q \cdot h_{man} = 10 \cdot 0,25 \cdot 13,58 = 33,95 \text{ kW.}$$

2. Die bei einem Wirkungsgrad  $\eta = 0,8$  der Pumpe *zuzuführende* (elektrische) Leistung:

$$P_{zu} \text{ [kW]} = P_{ab} / \eta = 33,95 / 0,8 = 42,44 \text{ kW.}$$

3. Die mit einer Turbine aus der anfänglichen Wasserspiegeldifferenz  $\Delta h = d_7 - d_1 = 6\text{m}$  (bei vernachlässigten Energiehöhenverlusten) mit  $Q = 0,25\text{m}^3/\text{s}$  gewinnbare *hydraulische* Leistung:

$$P_{zu} \text{ [kW]} = 10 \cdot 0,25 \cdot 6,0 = 15 \text{ kW.}$$

4. Die von der Turbine im Netz nutzbare Leistung ist bei einem Wirkungsgrad von  $\eta = 0,85$

$$P_{ab} = \eta \cdot P_{zu} = 0,85 \cdot 15 = 12,75 \text{ kW.}$$

5. Die der Summe der Energiehöhenverluste entsprechende Leistung ist  $P_{hv} = 10 \cdot 0,25 \cdot 7,58 = 18,95 \text{ kW.}$

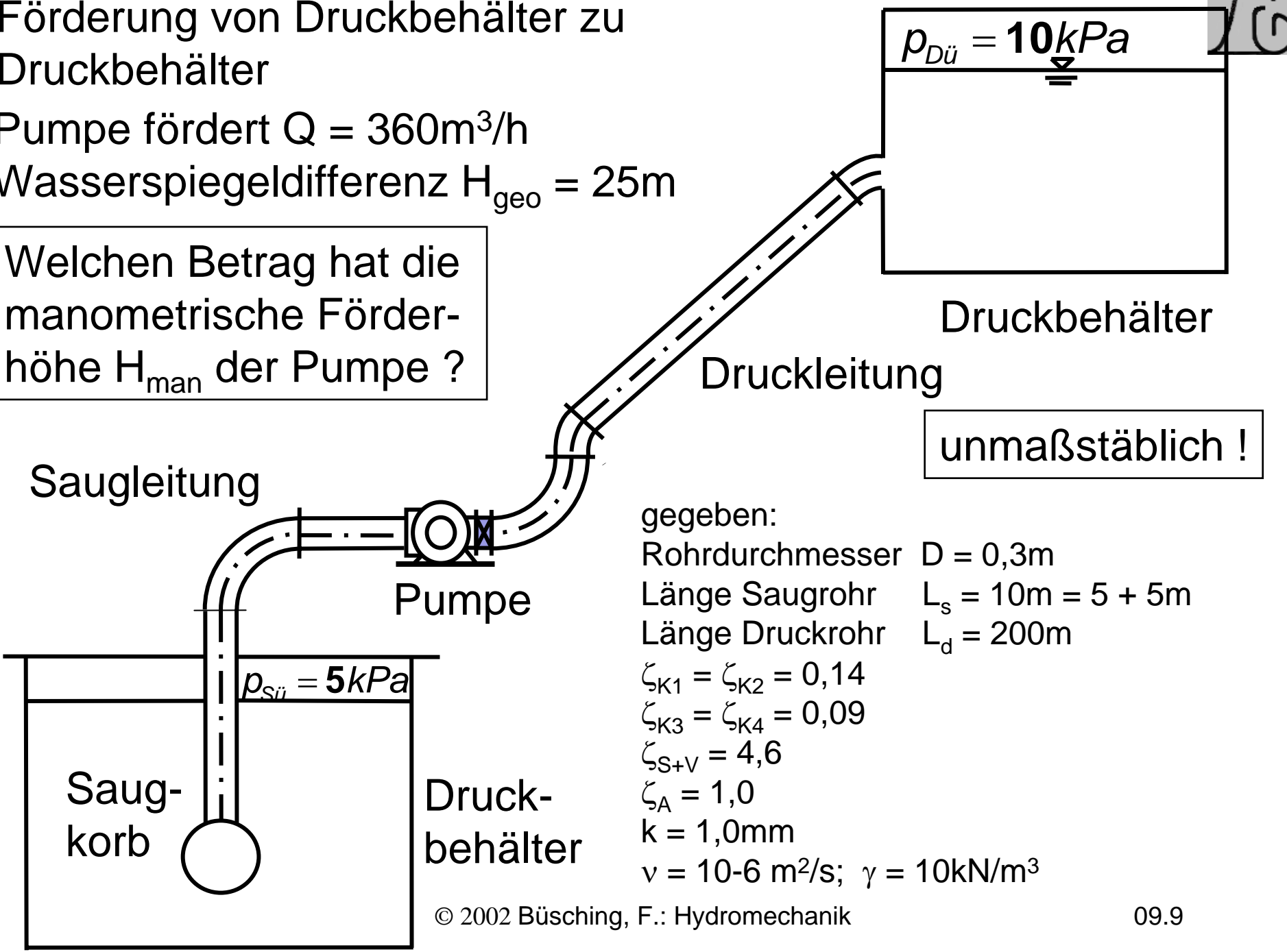


# Förderung von Druckbehälter zu Druckbehälter

Pumpe fördert  $Q = 360\text{m}^3/\text{h}$

Wasserspiegeldifferenz  $H_{\text{geo}} = 25\text{m}$

Welchen Betrag hat die manometrische Förderhöhe  $H_{\text{man}}$  der Pumpe ?



- gegeben:
- Rohrdurchmesser  $D = 0,3\text{m}$
  - Länge Saugrohr  $L_s = 10\text{m} = 5 + 5\text{m}$
  - Länge Druckrohr  $L_d = 200\text{m}$
  - $\zeta_{K1} = \zeta_{K2} = 0,14$
  - $\zeta_{K3} = \zeta_{K4} = 0,09$
  - $\zeta_{S+V} = 4,6$
  - $\zeta_A = 1,0$
  - $k = 1,0\text{mm}$
  - $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}; \gamma = 10\text{kN}/\text{m}^3$

$$h_E = y_A + \frac{p_A}{\gamma} + \frac{v_A^2}{2 \cdot g} + H_{\text{man}} = y_E + \frac{p_E}{\gamma} + \frac{v_E^2}{2 \cdot g} + \sum h_{v,i}$$

$y_A = 0$  (Saugspiegel);  $y_E = H_{\text{geo}} = 25\text{m}$  (Spiegel an der Druckseite)

$$p_A = p_B + p_{\text{Sü}} \quad p_E = p_B + p_{\text{Dü}}$$

Die Durchströmquerschnitte beider Behälter sind groß  $\rightarrow v_A = v_E = 0$

$$H_{\text{man}} = H_{\text{geo}} + \frac{p_E}{\gamma} - \frac{p_A}{\gamma} + \sum h_{v,i} = H_{\text{geo}} + \frac{p_{\text{Dü}}}{\gamma} - \frac{p_{\text{Sü}}}{\gamma} + \sum h_{v,i}$$

$$H_{\text{man}} = 25 + \frac{10}{10} - \frac{5}{10} + \sum h_{v,i}$$

Alle Verluste sind von der Geschwindigkeitshöhe der Rohrleitung abhängig.

$$\sum h_{v,i} = \frac{v^2}{2 \cdot g} \cdot \left( \zeta_{s+v} + \lambda \cdot \frac{L_s}{D} + \zeta_{K1} + \zeta_{K2} + \zeta_{K3} + \lambda \cdot \frac{L_d}{D} + \zeta_{K4} + \zeta_A \right)$$

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{0,1}{\pi \cdot 0,3^2} = 1,41 \text{ m / s} \quad \frac{v^2}{2 \cdot g} = 0,1\text{m}$$

$$Re = \frac{v_2 \cdot D}{\nu} = \frac{1,41 \cdot 0,3}{10^{-6}} = 4,2 \cdot 10^5 \quad \frac{k}{D} = \frac{0,001}{0,3} = 3,33 \cdot 10^{-3} \quad \lambda = 0,027$$

$$\Sigma h_v = 0,1 \cdot \left( 4,6 + 0,14 + 0,027 \cdot \frac{10}{0,3} + 0,14 + 0,09 + 0,027 \cdot \frac{200}{0,3} + 0,09 + 1,0 \right) = 2,50 \text{ m}$$

$$H_{\text{man}} = 25,00 + 0,50 + 2,50 = 28,00 \text{ m}$$

Mit dem Wirkungsgrad  $\eta = 0,8$  ist die dem Netz zu entnehmende Leistung  $P$  :

$$P = \frac{1}{\eta} \cdot \gamma \cdot Q \cdot H_{\text{man}} = \frac{1}{0,8} \cdot 10 \cdot 0,1 \cdot 28,00 = 35 \text{ kW}$$

### Energie- und Drucklinie

Einzelverluste an der Saugseite:

Einlauf  $h_E = 4,60 \cdot 0,1 = 0,460 \text{ m}$

Krümmen 1  $h_{K1} = 0,14 \cdot 0,1 = 0,014 \text{ m}$

Saugrohr  $h_S = 0,027 \cdot \frac{10}{0,3} \cdot 0,1 = 0,090 \text{ m} = 2 \cdot 0,045 \text{ m}$

Einzelverluste an der Druckseite:

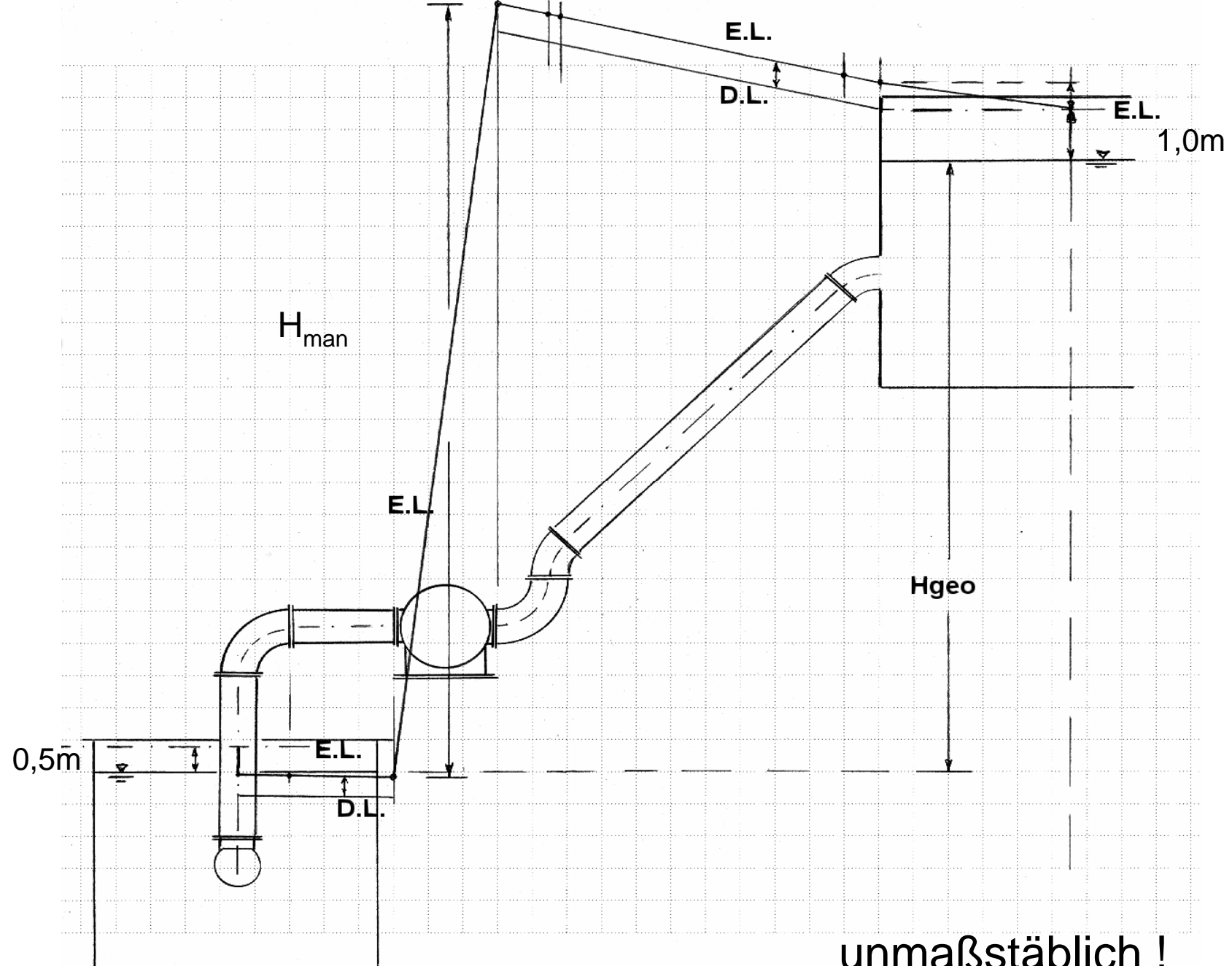
Krümmen 2  $h_{K2} = 0,014 \text{ m}$

Krümmen 3  $h_{K3} = 0,09 \cdot 0,1 = 0,009 \text{ m}$

Druckrohr  $h_d = 0,027 \cdot \frac{200}{0,3} \cdot 0,1 = 1,800 \text{ m}$

Krümmen 4  $h_{K4} = 0,009 \text{ m}$

Auslass  $h_A = 1,0 \cdot 0,1 = 0,100 \text{ m}$



**unmaßstäblich !**



	Energienlinie bezüglich B.H.		Drucklinie bezüglich B.H.	
	[m]		[m]	
Bezugshorizont (B.H.) = Wassersp. Saugseite	0,000			
Druckhöhe a. d. Saugseite	0,500			
	0,500	0,500		0,500
Verlusthöhen:				
Einlauf	-0,460			
Saugrohr1	-0,045			
	-0,005	-0,005	-0,1	-0,105
Krümmer1	-0,014			
	-0,019	-0,019	-0,1	-0,119
Saugrohr2	-0,045			
	-0,064	-0,064	-0,1	-0,164
Hman	28,000			
	27,936	27,936	-0,1	27,836
Krümmer2	-0,014			
	27,922	27,922	-0,1	27,822
Krümmer3	-0,009			
	27,913	27,913	-0,1	27,813
Druckrohr	-1,800			
	26,113	26,113	-0,1	26,013
Krümmer4	-0,009			
	26,104	26,104	-0,1	26,004
Auslauf	-0,100			
	26,004	26,004		26,004
abzügl. Druckhöhe Druckseite = Wasserspiegel Druckseite	-1,000			
	25,004			
Anmerkung: Die örtlichen Druckhöhen bzw. Druckspannungen in der Leitung können ermittelt werden, wenn die Geometrie der Leitung bekannt ist.				