

Schwingungs-Interferenzen im abgegrenzten Orbitalfeld von Meereswellen in Theorie und physikalischem Modell

Elliptische Wellentheorie

Der Einfluss der Phasendifferenz $\Delta\varphi$ zwischen einfallenden und reflektierten linearen Wellen auf die Transformation partiell stehender Wellen im Bereich veränderlicher Seegrundneigung.

Von FRITZ BÜSCHING
(<http://orcid.org/0000-0002-6673-8273>)

Zusammenfassung:

Die Bewegungen im Orbitalfeld von Wasserwellen unbegrenzter und begrenzter Wassertiefe wird auf das Zusammenwirken ihrer transversalen und longitudinalen Schwingungskomponenten zurückgeführt. Im Gegensatz zur linearen Wellentheorie und auch zu Theorien höherer Ordnung, bei denen die Kontinuitätsbedingung ebenfalls nicht erfüllt ist, wird bezüglich der Beschreibung der Wellentransformation infolge abnehmender Wassertiefe von einem Reflexionsprozess ausgegangen.

Einerseits wird dabei auf die Definition des komplexen Reflexionskoeffizienten $\Gamma = C_r e^{i\Delta\varphi}$ (CRC), nach Büsching (2012), Bezug genommen, dessen Kennzeichen die Berücksichtigung der Phasendifferenz $\Delta\varphi$ zwischen der einfallenden und der reflektierten Welle darstellt. Andererseits wird das von Schulejkin (1956) bezüglich des horizontalen Bodens verwendete Verfahren der „exponentiell reduzierten Spiegelung“, welches die Kontinuitätsbedingung erfüllt, auf den Bereich der Bodenneigungen $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ erweitert.

Dementsprechend wird von zwei *theoretischen Grenzbedingungen* ausgegangen: Einerseits die *positive Clapotis*, deren Kennzeichen eine *linear polarisierte vertikale transversale Schwingbewegung* im Schwingungsbauch (bzw. an einer vertikalen Wand (Böschungsneigung $\alpha = 90^\circ$) darstellt, und andererseits die *negative Clapotis*, die gekennzeichnet ist durch eine *linear polarisierte horizontale Schwingbewegung* am Boden ($\alpha = 0^\circ$) eines seichten Meeres.

Die beobachtbaren Ausbildungsformen von *partiell stehenden Wellen* (Interferenzerscheinungen) werden *a priori* die genannten Phasendifferenzen (Phasensprünge $\Delta\varphi$) zurückgeführt. Letztere sind ihrerseits von der Neigung des küstennahen Meeresgrundes abhängig. Die durch die Bodenneigung α vorgegebene Phasenverschiebung $\Delta\varphi$ entscheidet über die Positionierung rotierter elliptischer Orbitalbahnen an geneigten Böschungen und in der Brandungszone. Form und Achsneigung derart berechenbarer Orbitalbahnen dürften (abgesehen von überlagerter Triftströmung und nichtlinearen Stauchungseffekten in der Natur) maßgeblich für die Ausbildung der unterschiedlichen Formen brechender Wellen bestimmend sein. Die nach dem Wellenbrechen auftretende Waschbewegung (aus Wellenauflauf und -rücklauf) entspricht näherungsweise wiederum der linear polarisierten Schwingbewegung der negativen Clapotis.

Neben der Erfüllung der *Kontinuitätsbedingung* dürfte mit der Berücksichtigung der *Phasenverschiebung $\Delta\varphi$* ein weiteres bisher zur Beschreibung der Wellentransformation infolge abnehmender Wassertiefe bisher fehlendes Glied gefunden worden sein. Gegebenenfalls könnte eine künftige Berücksichtigung der Phasenverschiebung $\Delta\varphi$ auch bei nichtlinearen Theorien einen Paradigmenwechsel in der Brandungsforschung selbst bezüglich der Tsunami-Problematik bedeuten.

Schlagworte

Phasensprung, komplexer Reflexionskoeffizient, partielle Clapotis, Orbitalgeschwindigkeit von Wasserwellen, exponentiell reduzierte Reflexion (ERR)

Vibration Interferences in the Limited Orbital Field of Sea Waves in Theory and Physical Model

Elliptic wave theory

The influence of the phase difference $\Delta\varphi$ between incident and reflected linear waves on the transformation of partially standing waves, in the area of changing inclination of the sea ground.

Summary:

The movements in the orbital field of water waves of unlimited and limited water depth are attributed to the interaction of their transverse and longitudinal vibration components. In contrast to the linear wave theory and to higher order theories too, in which the continuity condition is also not fulfilled, a reflection process is assumed concerning the description of the wave transformation due to decreasing water depth.

On the one hand, reference is made to the definition of the complex reflection coefficient $\Gamma = C_r e^{i\Delta\varphi}$ (CRC), according to Büsching (2012), whose characteristics represent the consideration of the phase difference $\Delta\varphi$ between the incident and the reflected wave. On the other hand, the method of "exponentially reduced reflection" that Schulejkin (1956) used regarding the horizontal floor, which fulfills the condition of continuity, is extended to the range of floor slopes $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$.

Accordingly, two theoretical boundary conditions are assumed: On the one hand, the positive Clapotis, the characteristic of which is a linearly polarized vertical transverse oscillating movement in the antinode (or on a vertical wall of slope inclination $\alpha = 90^\circ$), and on the other hand the negative Clapotis, which is characterized by a linear polarized horizontal rocking motion on the bottom ($\alpha = 0^\circ$) of a shallow sea.

The observable forms of formation of partially standing waves (interference phenomena) are attributed *a priori* to the phase differences mentioned (phase jumps $\Delta\varphi$). The latter in turn depend on the inclination of the seabed near the coast. The phase shift $\Delta\varphi$ given by the slope inclination α determines the positioning of the *rotated elliptical orbital paths* on inclined slopes in the surf zone. Apart from superimposed drift flow and non-linear compression effects in nature, the shape and inclination of such predictable orbital paths should be decisive for the formation of the different forms of breaking waves. The washing movement that occurs after wave breaking (wave run-up and run-down) corresponds approximately to the linearly polarized swinging movement of the negative Clapotis.

In addition to the continuity condition that has now been fulfilled, the consideration of the phase shift $\Delta\varphi$ probably means, that a further link that was previously missing to describe the wave transformation due to decreasing water depth has been found. If necessary, a future consideration of the phase shift $\Delta\varphi$ could also mean a paradigm shift in surf research including the tsunami problem, even with non-linear theories.

Keywords

Phase Jump, complex reflection coefficient, partial Clapotis, orbital velocity of water waves, exponentially reduced reflection (ERR).

Vorbemerkung

Die vorliegende Fassung dieses Artikels war für die studentischen Leser meines Repetitoriums „Küsteningenieurwesen“ (<http://hydromech.de>) vorgesehen. Für diese dürften die noch enthaltenen mehrfachen Erklärungen ähnlicher Zusammenhänge eher hilfreich als überflüssig sein. Ein adäquat gekürzter ebenfalls für die Veröffentlichung vorgesehener Text ist in Vorbereitung. Es empfiehlt sich, die Kapitel 1 und 14 zuerst zu lesen.

Inhalt

1. Detaillierte Zusammenfassung	3
2. Einleitung	7
3. Zusammenstellung der verwendeten Symbole und Abkürzungen sowie die charakteristischen Abmessungen und Parameter bezüglich der durchgeführten Modelluntersuchungen.	9
4. Zirkulare Orbitalschwingung (Kreisschwingung) resultierend aus zwei gleichfrequenten, zueinander senkrechten Schwingungen bei 90° Phasendifferenz	10
5. Nachweis des Phasensprungs bei Wellen im hydraulischen Modell.....	11
6. Bedeutung der Berandung für die Kinematik im Orbitalgeschwindigkeitsfeld	13
7. Orbitalbewegung in einem seichten Meer	17
8. Phasenverschiebung an einer geneigten Ebene.....	20
9. Grafische und mathematisch exakte Addition von Orbitalgeschwindigkeitsvektoren bezüglich der Böschungsneigung 1 : 2.....	23
10. Systematische Betrachtung der Orbitalgeschwindigkeiten und der Wasserspiegel-Auslenkungen ζ in Abhängigkeit von der Seebodenneigung α bzw. des Phasensprunges $\Delta\varphi$ bezogen auf die Wasseroberfläche.	28
11. Analytische Behandlung des Phasensprunges in Abhängigkeit von der veränderlichen Böschungsneigung	30
12. Auf den Naturmaßstab skalierte Wellenhöhen H der Funktionen $\zeta(d0.I)$ bis $\zeta(d0.IV)$ für die Neigungswinkel $\alpha = 67,5^\circ$, $\alpha = 45^\circ$ und $\alpha = 22,5^\circ$	39
13. Betrag und Phase komplexer Reflexionskoeffizienten	42
14. Diskussion und Ausblick:.....	44
15. Literaturverzeichnis	46

1. Detaillierte Zusammenfassung

Veranlasst durch in der Natur und Modell beobachtete *Wellenresonanzen an steilen Uferformationen* einerseits und durch *Phasensprünge an moderat bis flach-geneigten Böschungen* andererseits, hatte der Autor den Reflexionskoeffizienten als komplexe Größe definiert (Büsching, F., 2012), (Büsching, 2019).

Der vorliegende Artikel verfolgt als Ziele:

- Die Absicherung der theoretischen und praktischen Erkenntnisse bezüglich des komplexen Reflexionskoeffizienten (CRC) am Beispiel durchgeführter Modelluntersuchungen im Wellenkanal.
- Die Erklärung der Wellentransformation im abgegrenzten küstennahen Orbitalfeld *a priori* als Interferenzphänomen, verursacht durch neigungsabhängige Phasensprünge.
- Zur Bekanntheit der vom Autor verwendeten spektralen Analysemethoden beizutragen, und deren Vorteile hinsichtlich der Beschreibung der ufernahen Verformungsprozesse der Wellen darzustellen.

Orientiert an der linearen Wellentheorie (Airy-Laplace), geht der Autor von der als nachgewiesen geltenden Abnahme der Orbitalkreisdurchmesser mit der Wassertiefe nach dem bekannten Exponentialgesetz aus, - verwendet aber nur die grundlegenden trigonometrischen Funktionen in der linearen Schwingungslehre.

Das betrachtete Orbitalfeld umfasst einerseits die an der Grenzfläche Wasser-Luft erzeugten Wellenbewegungen (Wasserspiegelauslenkungen (WSA)) und andererseits feste Berandungen mit unterschiedlichen Neigungen. Die Transformation der Wellen im Bereich abnehmender Wassertiefe wird *a priori* als Reflexionsproblem behandelt, wobei der Ort der Reflexion von der Neigung der festen Berandung abhängig ist.

Als einfallende Welle der Höhe $H_i = 1$ wird die Kinematik der Tiefwasserwelle als Kosinuswelle zugrunde gelegt.

Der Autor stellt die *Orbitalgeschwindigkeiten* in den Vordergrund seiner Untersuchungen und bezieht unter Verweis auf die Definition des komplexen Reflexionskoeffizienten CRC Phasenverschiebungen $0^\circ \leq \Delta\varphi \leq 180^\circ$ sowie Böschungsneigungen $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ in die Betrachtung ein. Dabei wird Bezug genommen auf das von Schulejkin (1956) (Schulejkin, 1960) bezüglich der Kinematik eines seichtes Meer - mit horizontalem Boden - angewandte *Spiegelungsverfahren*. Dieses wird vom Autor auf Neigungen $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ erweitert und mit dem Terminus „exponentiell reduzierte Reflexion (Spiegelung)“ (ERR) bezeichnet.

Kapitel 5: Ausgehend von dem bekanntesten Beispiel für die Totalreflexion von Wasserwellen an *einer ideal glatten vertikalen Wand*, bei der es keine Phasendifferenz ($\Delta\varphi = 0^\circ$) zwischen einfallender und reflektierter Welle gibt, wird vornehmlich die linear *vertikal* polarisierte Teilchenschwingung in der Randstromlinie der entstandenen „positiven (Tiefwasser-) Clapotis“ betrachtet. Demgegenüber entsteht in einem seichten Meer in der (flach geneigten) Randstromlinie (am Boden), eine linear polarisierte Teilchenschwingung, die hier als Erscheinungsform der „negativen (Flachwasser-) Clapotis“ bezeichnet wird. Letztere entsteht analog zur positiven Clapotis durch eine horizontale Spiegelung, jedoch mit einem Phasensprung $\Delta\varphi = 180^\circ$. Beide Clapotis-arten werden als **theoretische Grenzstrukturen** angesehen, wobei die erstere als *transversale* Schwingung mit doppelter Maximalamplitude erscheint und die zweite als *longitudinale* Schwingung mit doppelter Maximalelongation.

Kapitel 7: Für den allgemeinen Fall der Reflexion an *geneigten ebenen* Flächen hat der Autor den Zusammenhang zwischen horizontaler Phasenverschiebung $\Delta\varphi$ und der Böschungsneigung α mit

$$\Delta\varphi = 180^\circ - 2\alpha$$

ermittelt.

Die Anwendbarkeit der obigen Gleichung wird eindrucksvoll durch den *Grad der Übereinstimmung* mit den Ergebnissen der betreffenden Modelluntersuchungen nachgewiesen, über die der Autor bereits 2013 im Rahmen der Definition des CRC berichtet hatte:

Für die im hydraulischen Modell untersuchte Böschungsneigung $1:n = 1:2$ (entsprechend $\alpha = 26,57^\circ$ bzw. $\Delta\varphi = 126,86^\circ$) wurde dort, bezüglich einer partiell stehenden Partialwelle eines

Energie-Spektrums, die zugehörige Phasenverschiebung zwischen einfallender und reflektierter Welle als arithmetischer Mittelwert berechnet zu:

$$\Delta\varphi = \frac{132,6^\circ + 123,2^\circ}{2} = 127,9^\circ \approx 126,86^\circ.$$

Die zu mittelnden *gleichrangigen* Vergleichswerte für $\Delta\varphi$ waren dabei unter Berücksichtigung der unterschiedlicher Entfernungen η_{\max} und η_{\min} der (unvollkommenen) Schwingungsbäuche bzw. der Schwingungsknoten vom Schnittpunkt (IP) der Böschungsneigung mit dem Ruhewasserspiegel bestimmt worden.

Kapitel 8: Gemäß der Anwendung der ERR werden die aus dem Tiefwasser mit zirkularen Orbitalgeschwindigkeiten einfallenden Wellen den *exponentiell reduziert gespiegelten zirkularen* Orbitalgeschwindigkeiten der reflektierten Wellen mit *entgegengesetztem* Drehsinn überlagert. Dies wird hier dadurch realisiert, dass jeweils 8 (bzw. 16) regelmäßig auf den Orbitalkreisen verteilte Vektoren der Umfangsgeschwindigkeiten der einfallenden Wellen mit den betreffenden *exponentiell reduziert gespiegelten* überlagert werden. Analog zur Überlagerung von Potentialströmungen werden als Ergebnis einerseits die Tangenten der resultierenden Orbitalbahnen erhalten und andererseits an deren Berührungspunkten die zugehörigen Orbitalgeschwindigkeitsbeiträge. Mit anwachsendem Abstand von der festen Randstromlinie ergeben sich *elliptische Orbitalbahnen*, deren Achsen senkrecht zur Randstromlinie auf Kosten der zur Randstromlinie parallelen Achsen anwachsen.

An den festen *geneigten* Berandungen kommt es - wie bei der oben definierten negativen Clapotis - zu den genannten *linear polarisierten Schwingungen* der Wasserteilchen in der Randstromlinie. Dies ist dadurch bedingt, dass hier die zirkularen Orbitalgeschwindigkeiten der einfallenden und gespiegelten Kinematik – der Kontinuitätsbedingung entsprechend - *in gleicher Größe* jedoch mit entgegengesetzten Vorzeichen zu überlagern sind.

Beispiele der Konstruktion elliptischer Orbitalbahnen mithilfe der graphischen Vektoraddition werden bezogen auf die Konfiguration des hydraulischen Modells für die Schichttiefe $d_2 = 0,412\text{m}$ und für den Ruhewasserspiegel ($d_0 = 0\text{m}$) in den Abbildungen 8 und 9 und für geneigte Böschungen in den Abbildungen 13 bis 16 dargestellt. Dabei können neben den sich mit der Position ändernden Beträge der resultierenden Orbitalgeschwindigkeiten auch die Formen der Bahnkurven mit Hilfe eines Zeichenprogrammes recht genau der Gesamtheit der tangentialen Geschwindigkeitsvektoren angepasst werden.

Beispielhaft ist für die *alternative exakte Vektoraddition* das *tabellarische Schema* für zwei aufeinander folgende Phasenpunkte auf dem Orbitalkreis angegeben, welches jeweils die Vektorneigungen und -beiträge sowie die Gleichungen der Ellipsen-Tangenten liefert. Der Kontinuitätsbedingung wird bei Verwendung der ERR auch dadurch Rechnung getragen, dass das Verschwinden (bzw. die Verminderung) der Orbitalgeschwindigkeitskomponenten *normal* zur festen Strömungsberandung mit der Verdoppelung (bzw. der entsprechenden Vergrößerung) der zur Randstromlinie parallelen Orbitalgeschwindigkeitskomponenten einhergeht.

Kapitel 9 und 10: Um die *Gesetzmäßigkeiten* des Verfahrens der ERR für den gesamten Bereich infrage kommender Seegrundneigungen zwischen 0° und 90° ($0 \leq \alpha \leq 90$) darzustellen bzw. bezüglich positiver oder negativer Reflexion zu unterscheiden, wird auch die bereits für die tabellarischen Vektor-Berechnungen zugrunde gelegte Unterteilung des regulären Wellenzyklus' auf 16 Phasenpunkte (mit Winkelabständen von $22,5^\circ$) verwendet.

Unter Berücksichtigung der, von der Böschungsneigung α abhängigen Phasendifferenz $\Delta\varphi$ einerseits und der exponentiell reduziert gespiegelten Orbitalkreisdurchmesser andererseits, werden die resultierenden *Wasserspiegelauslenkungen* ζ_{res} und die *Beträge* W_i der Orbitalgeschwindigkeiten auch *formal* durch Überlagerung entsprechend *phasenverschobener Kosinusfunktionen* ermittelt, vergl. Abbildungen 19 bis 23.

Dem Konzept der ERR folgend, ergeben sich dabei die resultierenden Wasserspiegelauslenkungen $\zeta(d0.i)$ (mit $I \leq i \leq IV$) aus den Summen der einfallenden und der *um $\Delta\varphi$ phasenverschobenen exponentiell reduziert gespiegelten* Orbitalkreisdurchmesser. Und die resultierenden Orbitalgeschwindigkeitsbeträge $W(d0.i)$ werden aus den *Komponentensummen* der einfallenden und der phasenverschobenen exponentiell reduziert gespiegelten Geschwindigkeiten ermittelt.

Kapitel 11: Die hier als dimensionslose Größen von *Einheitsfunktionen* erhaltenen Ordinatenwerte werden in dimensionsbehaftete Wellenhöhen bzw. Orbitalgeschwindigkeiten umgerechnet, vergl. Tab.2. Diese stellen für die Neigungswinkel $\alpha = 67,5^\circ$, $\alpha = 45^\circ$ und $\alpha = 22,5^\circ$ die Grundlage für die Darstellung der Entwicklung der Wasserspiegelauslenkungen nahe vom Schnittpunkt IP der geneigten Randstromlinie mit dem Ruhewasserspiegel im Vergleich zur zirkular einfallenden Welle der konstanten Höhe $H_i = 0,3m$ dar, vergl. Abbildungen 25 und 26. Demnach können die maximalen Wasserspiegelauslenkungen ζ_{res} mit Wellenhöhen $H \geq H(circ)$ an Neigungen $\alpha \geq 45^\circ$ der positiven Reflexion und an geringeren Neigungen mit der Wellenhöhe $H < H(circ)$ der negativen Reflexion zugeordnet werden.

Ein weiteres bemerkenswertes Ergebnis besteht darin, dass die Positionen der *Schwingungsknoten* für Neigungen $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ offenbar derart vom Ruhewasserspiegel abweichen, dass sie im Schwingungszyklus paarweise sowohl horizontal als auch vertikal von der vorgegebenen geneigten Randstromlinie abhängig sind, vergl. Tabelle 3 und Abb. 24. Insbesondere kann aus der Abfolge der Funktionen ζ_{res} bezüglich der 5 von $\alpha = 90^\circ$ (Abb.19) auf $\alpha = 0^\circ$ (Abb.23) abfallenden Böschungsneigungen die sukzessive Verlagerung um jeweils $\Delta\beta = 22,5^\circ$ der Schwingungsbäuche und der Schwingungsknoten beobachtet werden.

Kapitel 12: Abschließend wird das wesentliche Ergebnis der Abhängigkeit der Phasenverschiebung zwischen einfallenden und reflektierten regelmäßigen Kosinuswellen von der Seegrundneigung sowie der sich daraus ergebenden Interferenz zusammenfassend in Zeigerdiagrammen für den CRC wiedergegeben.

Das markante Ergebnis lautet:

Für glatte Böschungsneigungen ergeben sich *theoretische komplexe Reflexionskoeffizienten*, die nur von der vorgewählten Böschungsneigung α abhängig sind.

Die im Modell untersuchte Böschungsneigung $\alpha = 26,57^\circ$, entsprechend der Phasenverschiebung $\Delta\varphi = 126,87^\circ$, tritt zusammen mit dem Betrag $C_r = 1 \cdot \cos \Delta\varphi = 1 \cos 126,87^\circ = -0,60$ auf.

Damit kann der komplexe Reflexionskoeffizient CRC nicht nur für die Neigung örtlich vorhandener Reflexionsobjekte, sondern in Ergänzung der linearen Wellentheorie global bezüglich der Grundberührung in Abhängigkeit von der Seegrundneigung α berücksichtigt werden:

$$\begin{aligned} \Gamma &= C_r e^{i\Delta\varphi} = C_r e^{i(180^\circ - 2\alpha)} = C_r e^{i180^\circ} e^{-i2\alpha} \\ &= C_r (\cos \pi + i \sin \pi) \cdot e^{-i2\alpha} = -C_r \cdot e^{-i2\alpha} = \frac{-C_r}{e^{i2\alpha}} \end{aligned}$$

2. Einleitung

Die Rolle der Reflexion in der Brandungsforschung

Das Phänomen der Reflexion küstennaher Meereswellen war speziell im Hinblick auf das Brechen der Wellen an *flachen* Stränden mehr als ein 3/4 Jahrhundert bei der Analyse von Natur- und Laboruntersuchungen weitgehend unberücksichtigt geblieben. Ein Grund dafür dürfte in der Tatsache bestanden haben, dass bei Wasserwellen nur die Vorstellung von der *positiven* Reflexion existierte, zumal die aus dem 19. Jahrhundert stammenden Wellentheorien (nach Gerstner, Airy/Laplace, Stokes, etc.) darüberhinausgehende Ansätze hierfür nicht enthielten. Als symptomatisch für eine derartig eingeschränkte Sichtweise sei erwähnt, dass sowohl in der Dissertation des Autors noch im Jahre 1974 „Über Orbitalgeschwindigkeiten irregulärer Brandungswellen“ (), als auch in den darin u.a. analysierten vorausgegangenen einschlägigen Untersuchungen von etwa 30 Verfassern, der Begriff „Reflexion“ kaum gefunden werden konnte. Gleichwohl konnte der aufmerksame Beobachter das Phänomen Reflexion in unterschiedlichen Ausprägungen visuell sehr wohl auch an flach geneigten Sandstränden wahrnehmen. Einen Hinweis auf vermutete Phasenverschiebungen hatten jedoch bereits Shoemaker und Thijsse (1949) (Shoemaker & J.T.Thijsse, 1949) gegeben.

Erst durch den Nachweis der Alternative der „partiellen negativen Reflexion“ des Verfassers (Büsching, 2010), (Büsching, 2010), die bei Berücksichtigung einer Phasenverschiebung $\Delta\varphi$ (Phasensprung) zwischen der einfallenden und der reflektierten Welle zusätzlich auftritt, wurde plausibel, wieso beispielsweise die vielfach gemessenen, *annähernd* bodenparallelen horizontalen Orbitalgeschwindigkeiten beim Wellenbrechen nicht zu *hinreichend befriedigenden* Erklärungen führen konnten. Werden indessen brechende Wellen dem Schwingungsbauch einer unvollkommenen negativen Clapotis mit einem unvollkommenen Knoten nahe dem Durchstoßpunkt der Böschungsneigung durch den Ruhewasserspiegel (IP) zugeordnet, so kann deren Stromlinienbild tendenziell sehr wohl im Einklang mit der Kinematik im Schwingungsbauch partiell stehender Wellen stehen.

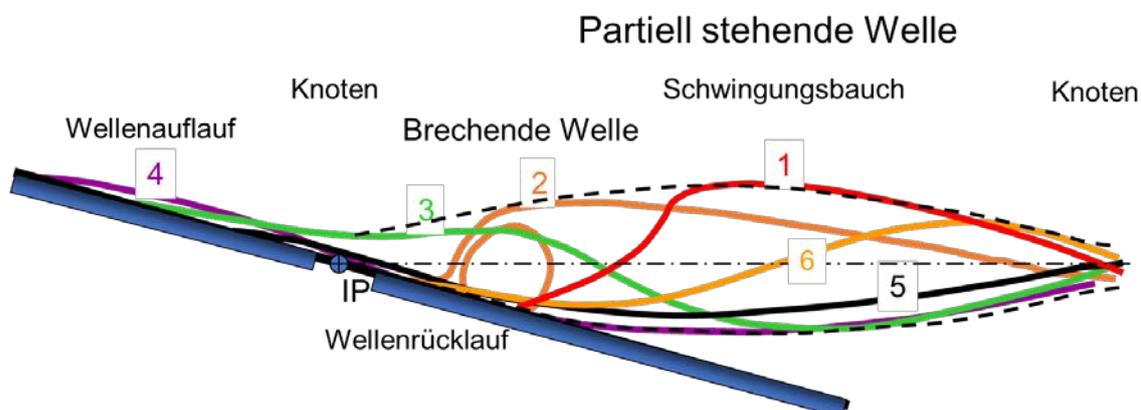


Abb.1: Phasen einer brechenden Welle (plunging / surging breaker) bei einem Phasensprung, bedingt durch partielle negative Reflexion an einer Neigung: In Phase 3 und 4 finden beidseitig des unvollkommenen Clapotis-Knotens, der etwa mit IP zusammenfällt, entgegengesetzte Wasserspiegelauslenkungen statt. Im theoretischen Fall negativer Totalreflexion kann die Waschbewegung als eine linear polarisierte Schwingung um den Punkt IPgenähert werden.

Um den Unterschied zwischen positiver und negativer Reflexion deutlich zu machen, seien eingangs die theoretischen Eigenschwingungsformen eines Beckens mit unterschiedlichen seitlichen Begrenzungen bezüglich der Längsachse, also mit einerseits einer vertikalen Wand und andererseits einer geneigten Wand betrachtet, vergl. Abb.2. Hierfür hat der Verfasser die zugehörige Eigenschwingungsformel wie folgt angegeben:

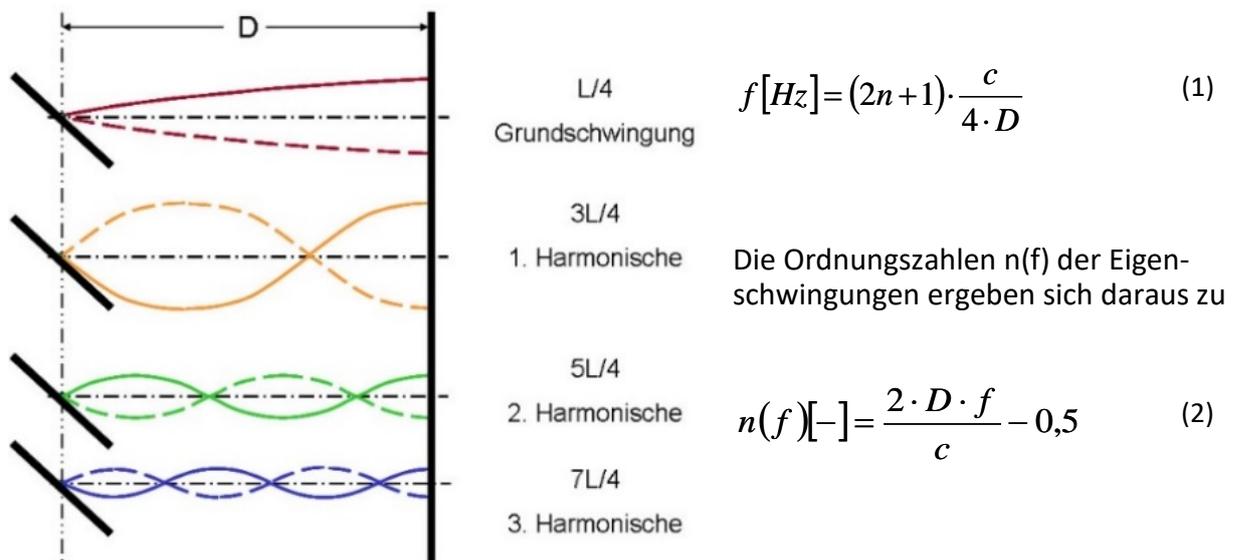


Abb.2: Die ersten 4 theoretischen Eigenformen des Inhaltes eines Beckens mit einer vertikalen und einer geneigten Wand im Abstand D.

Demnach sind bei entsprechender Anregung in einem Wellenkanal beide Formen (partiell) stehender Wellen vereint darstellbar. Während an der vertikalen Wand (ggf. auch Wellenklappe) ein Schwingungsbauch (einer positiven Clapotis) vorliegt, existiert an der geneigten Wand (näherungsweise) der Schwingungsknoten einer partiellen negativen Clapotis. Die hierfür anwendbare Eigenschwingungsformel basiert dementsprechend auf perfekt stehenden ungeradzahli- gen Viertelwellen (Büsching, 2010).

Übertragen auf die Anregung von Seilwellen entspricht der links dargestellte Fall der gelenkigen Auflagerung des Seiles an einer Wand (bei IP) und auf der rechten Seite der Fall des freien Seilendes.

In der Natur wird hingegen nur *näherungsweise* entweder der eine oder der andere Fall je nach Beschaffenheit der reflektierenden Struktur auftreten, d.h., *partiell stehende Wellen* als Ergebnis partiell negativer bzw. partiell positiver Reflexion, es sei denn, es handelt sich um Resonanz in einer Beckenkonfiguration.

An natürlichen Küsten, die gekennzeichnet sind durch eine Dünenformation mit vorgelagertem flachen Sandstrand - wie das auf der Insel Sylt der Fall ist -, sind beide Fälle in Abhängigkeit vom aktuellen Wasserstand zu unterscheiden: Bei hohem Sturmflut-Wasserstand erfolgt *positive Reflexion* von der relativ steilen Dünenböschung, dem Kliff oder der Strandmauer einerseits und *negative Reflexion* andererseits bei normalen Wasserständen von den flachen Sandstränden (Büsching, 2015) (Büsching, 2015). Im Gegensatz zu der Modellsituation des Wellenkanals ist

hier für beide Ausprägungen im Falle von *Resonanz* näherungsweise die Eigenfrequenzformel (3) anwendbar, die auf perfekt stehenden Halbwellen beruht.

$$f[\text{Hz}] = (n + 1) \cdot \frac{c}{2 \cdot D} \quad (3)$$

Hinweise auf weitere zum Verständnis erforderliche Texte des Autors werden im betreffenden Zusammenhang gegeben. Insbesondere wird empfohlen, über einen der Texte (Büsching, F., 2012) bzw. (Büsching, F., 2011) zu verfügen.

3. Zusammenstellung der verwendeten Symbole und Abkürzungen sowie die charakteristischen Abmessungen und Parameter bezüglich der durchgeführten Modelluntersuchungen.

α = Böschungswinkel, im physikalischen Modell. Neigungswinkel 1:n = 1:2 ($\alpha = 26,57^\circ$)
 IP = Schnittpunkt der Böschungsneigung mit dem Ruhewasserspiegel (RWS).
 β = Phasenwinkel im Wellenzyklus; auch Neigungswinkel der langen Orbital-Ellipsenhauptachse.
 η_{\min}, η_{\max} = Horizontalabstand des Schwingungsknotens bzw. des Schwingungsbauches (partiell) stehender Wellen von IP
 $\zeta(\beta)$ = Wasserspiegelauslenkung (WSA)
 $\Delta\varphi$ = Phasenverschiebung zwischen einfallender und reflektierter (gespiegelter) Welle; Phasensprung
 I, II, III, IIIa und IV = Spiegelungsachsen lotrecht zur örtlichen Boden­neigung
 d = Schichttiefe vom Ruhewasserspiegel (RWS) gerechnet; ggf. mit 2 Indices durch Punkt getrennt.
 $d_{0,i} = d_{0,i}$ = Schnittpunkte des Wasserspiegels mit den Spiegelungsachsen $I \leq i \leq IV$.
 $d_{3,i} = d_{3,i} = 0,626\text{m}$ markiert die (konstante) Tiefe im Bereich des ebenen Bodens des verwendeten Wellenkanals, vergl. Abb.12
 ξ = Spiegeltiefe = vertikale Entfernung des betrachteten Wellenfeldpunktes vom Schnittpunkt der Spiegelungsachse mit der Randstromlinie des Bodens. Die negative Spiegeltiefe ξ' bezeichnet den gespiegelten Punkt jenseits der Randstromlinie des Bodens; auch Brecherkennzahl.
 $\xi_{0,i} = 0,626\text{m} = d_{3,i}$ bezeichnet die Spiegeltiefe des *Wasserspiegels* über dem horizontalen Kanalboden.
 D = Orbital­kreisdurchmesser
 $H_0 = 2 r_0 = 0,3\text{m} = D_0$, *nominelle* Partialwellenhöhe als Bezugsgröße für ermittelte Einheits­wellenhöhen; zugleich einfallende Wellenhöhe der zirkular polarisierten Tiefwasserwelle.
 $C_r = H_r/H_i$ = Quotient aus reflektierter und einfallender Wellenhöhe.
 Γ = Komplexer Reflexionskoeffizient (CRC) $\Gamma = C_r \cdot e^{i\Delta\varphi}$.
 L = 3,8m ($2,90\text{m} < L_i < 4,40\text{m}$), *nominelle* Wellenlänge repräsentativ für $i = 5$ Partialwellen aus einer spektralen Auswertung [8]; vergl. Abb.11.
 T = $1/f = 1,99\text{s}$ ($1,684\text{s} < T_i < 2,105\text{s}$) *nominelle* (representative) Wellenperiode.
 c = $L/T = 1,91\text{m/s}$ Phasengeschwindigkeit
 W = Orbitalgeschwindigkeitsbetrag
 $W_0 = \pi \cdot D_0/T = 0,47\text{m/s}$ zugehörige nominelle Orbitalgeschwindigkeit am RWS als Bezugswert für ermittelte Einheits-Orbitalgeschwindigkeiten.
 circ = Index von Parametern der zirkularen Orbitalbewegung im Tiefwasser

Weitere Abkürzungen:

ERR = Exponentiell Reduzierte Spiegelung (Reflexion)

PC = Positive Clapotis = perfekt stehende Transversalwelle

NC = Negative Clapotis = perfekt stehende Longitudinalwelle

WSA = Wasserspiegelauslenkung

CRC = Komplexer Reflexionskoeffizient

4. Zirkulare Orbitalschwingung (Kreisschwingung) resultierend aus zwei gleichfrequenten, zueinander senkrechten Schwingungen bei 90° Phasendifferenz

Die nachfolgende *theoretische* Betrachtung der Wellenbewegung über einem tiefen Meer geht davon aus, dass das Wellenfeld im Idealfall von horizontalen und senkrechten Schwingbewegungen gleicher Frequenz durchsetzt ist. Veranlassung zu einer derartigen Vorstellung gibt die Tatsache, dass in den verschiedensten Feldern der Mechanik die Bewegung auf einem Kreis als zirkular polarisierte Schwingung dargestellt wird. Diese entsteht im Sonderfall dadurch, dass zwei *senkrecht zueinander* linear polarisierte Schwingungen gleicher Amplitude und Frequenz mit dem Gangunterschied einer $\frac{1}{4}$ Periode, d.h. mit einer Phasendifferenz $\Delta\varphi = 90^\circ$ ($\pi/2$) aufeinandertreffen, was ggf. als Interaktion von Kosinus- und Sinuswellen dargestellt wird.

Bekanntermaßen ist dieses Prinzip beispielsweise beim Antrieb des Elektromotors realisiert sowie in dessen Umkehr auch bei dem von einer Turbine getriebenen Stromgenerator. Hier soll es als Modell für die bei Wasserwellen beobachtete Orbitalbewegung im **Tiefwasser** dienen, derart dass letztere als eine Kombination von relativ langwelligen Longitudinal- und Transversalwellen angesehen werden. Hervorgehoben sei bereits an dieser Stelle, dass *Phasenverschiebungen* (Phasensprünge, Phasendifferenzen) offenbar generell bei der Interferenz von Schwingungen ein äußerst bedeutendes Phänomen – gerade auch bei Naturvorgängen – darstellen können. Zumal je nach Größe der Phasenverschiebung auch *linear oder elliptisch* polarisierte Schwingbewegungen (Lissajous-Figuren) erzeugt werden können, vergl. weiter unten.

Bezüglich der zirkularen Orbitalbewegungen eines tiefen Meeres soll hier vorerst das Generator-Prinzip in Betracht gezogen werden. Dabei wird die etwa durch Folgen winderzeugter (horizontaler) Impulse und Schwerkrafteinwirkung induzierte Störung in Form einer zirkular polarisierten Schwingung als Ursprung zweier senkrecht zueinander linear polarisierter Schwingungen vorausgesetzt. Dementsprechend könnten an der Oberfläche einerseits die sich in horizontaler Richtung ausbreitenden fortschreitenden Wellen und andererseits gleich-frequente, sich vertikal nach unten ausbreitende Schwingungen entstehen. Letztere würden einer mit der Tiefe exponentiell zunehmenden Dämpfung unterliegen, wie diese sich etwa gemäß der linearen Wellentheorie nach Airy–Laplace in der Abnahme der Orbitalkreisdurchmesser nach dem bekannten Exponentialgesetz darstellen, vergl. Abb. 4.

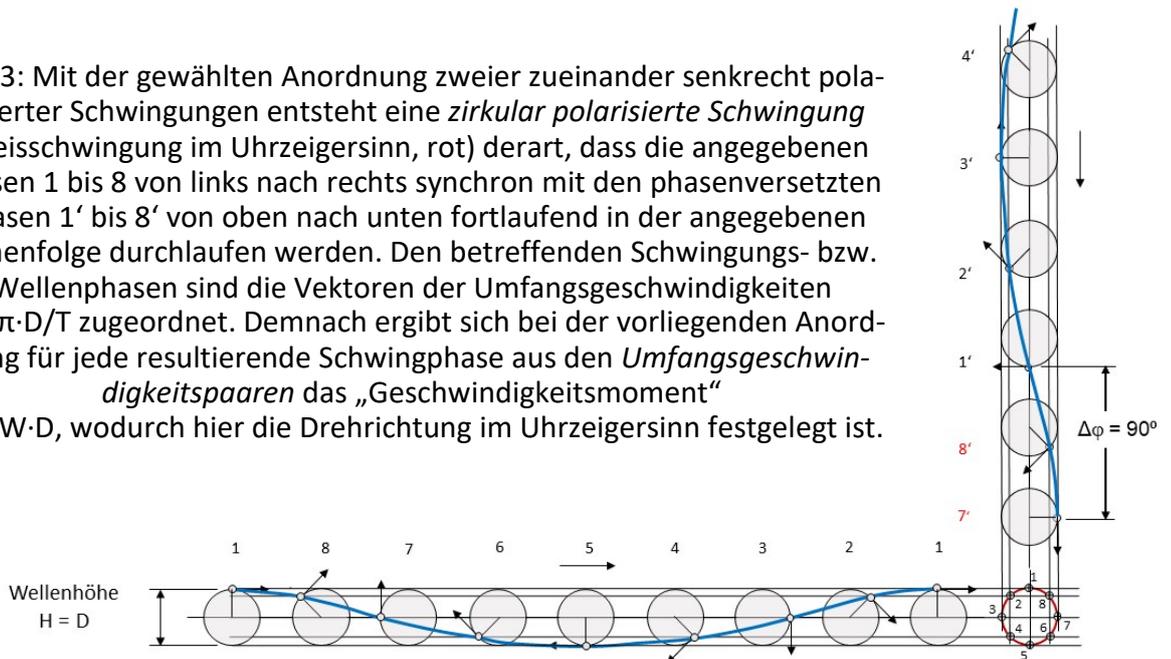
Mit der in Abb.3 gewählten Anordnung entsteht die zirkular polarisierte Schwingung (Kreisschwingung im Uhrzeigersinn, rot) derart, dass die angegebenen Phasen 1 bis 8 von links nach rechts synchron mit den Phasen 1' bis 8' von oben nach unten fortlaufend in der angegebenen Reihenfolge durchlaufen werden, wobei der Kreismittelpunkt auch für nachfolgende Wellenzyklen am Ort bleibt.

Wird umgekehrt von der Kreisbewegung als Erzeuger ausgegangen, würde die an der Oberfläche entstehende Welle sich nach rechts aus dem Bild heraus bewegen, während die vertikale linear polarisierte Schwingung sich unter dem Wasserspiegel mit der genannten exponentiellen Dämpfung bis zur Tiefe von etwa einer halben Wellenlänge fortsetzen würde.

Im Folgenden werden vornehmlich die Orbitalbewegungen betrachtet, die sich an der *Wasseroberfläche* (Index 0) ergeben, wenn beide Schwingungen jeweils um Schritte von $1/8$ bzw. $1/16$ Periode ($T/8$ bzw. $T/16$) fortschreiten.

Im Unterschied zu der vielfach nur auf die Wasserspiegelauslenkungen ζ begrenzten bildlichen Darstellung von Welleninterferenzen (speziell bei Darstellungen der Reflexion) sind hier den betreffenden Schwingungs- bzw. Wellenphasen die *Vektoren der Umfangsgeschwindigkeiten* $W = \pi \cdot D/T$ zugeordnet. Demnach ergibt sich bei der vorliegenden Anordnung in Abb.3 für jede resultierende Schwingphase aus den Umfangsgeschwindigkeitspaaren das „Geschwindigkeitsmoment“ $M = W \cdot D$, wodurch die Drehrichtung im Uhrzeigersinn festgelegt ist.

Abb.3: Mit der gewählten Anordnung zweier zueinander senkrecht polarisierter Schwingungen entsteht eine *zirkular polarisierte Schwingung* (Kreisschwingung im Uhrzeigersinn, rot) derart, dass die angegebenen Phasen 1 bis 8 von links nach rechts synchron mit den phasenversetzten Phasen 1' bis 8' von oben nach unten fortlaufend in der angegebenen Reihenfolge durchlaufen werden. Den betreffenden Schwingungs- bzw. Wellenphasen sind die Vektoren der Umfangsgeschwindigkeiten $W = \pi \cdot D/T$ zugeordnet. Demnach ergibt sich bei der vorliegenden Anordnung für jede resultierende Schwingphase aus den *Umfangsgeschwindigkeitspaaren* das „Geschwindigkeitsmoment“ $M = W \cdot D$, wodurch hier die Drehrichtung im Uhrzeigersinn festgelegt ist.



Zur Nachbildung wirklicher in der Natur existierender Wasserwellen müsste jedoch einerseits der Effekt des Massentransportes durch die Berücksichtigung einer zusätzlich überlagerten Triftströmung separat erfasst werden.

Andererseits könnten *asymmetrische Sturmwellen* im Tiefwasser (auf offenem Meer) auch bereits als Wellen mit *nicht* zirkularen Orbitalbewegungen entstehen, wenn die Phasendifferenz zwischen den erzeugenden etwa senkrecht zueinander linear polarisierten Wellen mit einer Phasendifferenz $\Delta\varphi \neq 90^\circ$ ($\pi/2$) aufeinandertreffen.

5. Nachweis des Phasensprungs bei Wellen im hydraulischen Modell

In der Überzeugung, dass die bekannten Wellentheorien kaum hilfreich sein würden, die im Wellenkanal der FH Bielefeld University of Applied Sciences speziell zur Verwendung eines *komplexen Reflexionskoeffizienten* gewonnen Erkenntnisse (Büsching, F., 2011) theoretisch hinreichend abzusichern, werden Beziehungen mit den bekannten theoretischen Flachwasser-Ansätzen - *außer der Abnahme der Orbitalkreisdurchmesser nach dem bekannten Exponentialgesetz* - nachfolgend nicht hergestellt.

Vielmehr beschränkt sich der Autor im Hinblick auf die Kinematik der Wasserteilchen im Bereich abnehmender Wassertiefe im Rahmen dieses Artikels auf die Anwendung nur der grundlegen-

den trigonometrischen Funktionen in der linearen Schwingungslehre. Dabei wird das Ziel verfolgt, funktionale Zusammenhänge zu dem im Modell gefundenen Phänomen der Phasenverschiebung bei der Reflexion zu erkennen und diese vornehmlich graphisch darzustellen.

Eine vollständige analytische Formulierung der beabsichtigten Ergänzung der linearen Wellentheorie soll gegebenenfalls einer weiteren Publikation vorbehalten bleiben.

Bei der theoretischen Behandlung wird insbesondere auf die realen Abmessungen der betreffenden Modellkonfiguration Bezug genommen, vergl. Abb. 5.

Anstelle der fortschreitenden Druckänderungen soll hier also im Folgenden die Betrachtung der sich im Wellenfeld von zirkularen zu elliptischen ändernden Orbitalbewegungen im Vordergrund stehen.

Angepasst an den Bereich der Modellabmessungen sind die mit der Tiefe nach der Beziehung

$$D = D_0 e^{-2\pi \frac{d}{L}} \quad (4)$$

abnehmenden Orbitalbahndurchmesser der Abb.4 zu entnehmen.

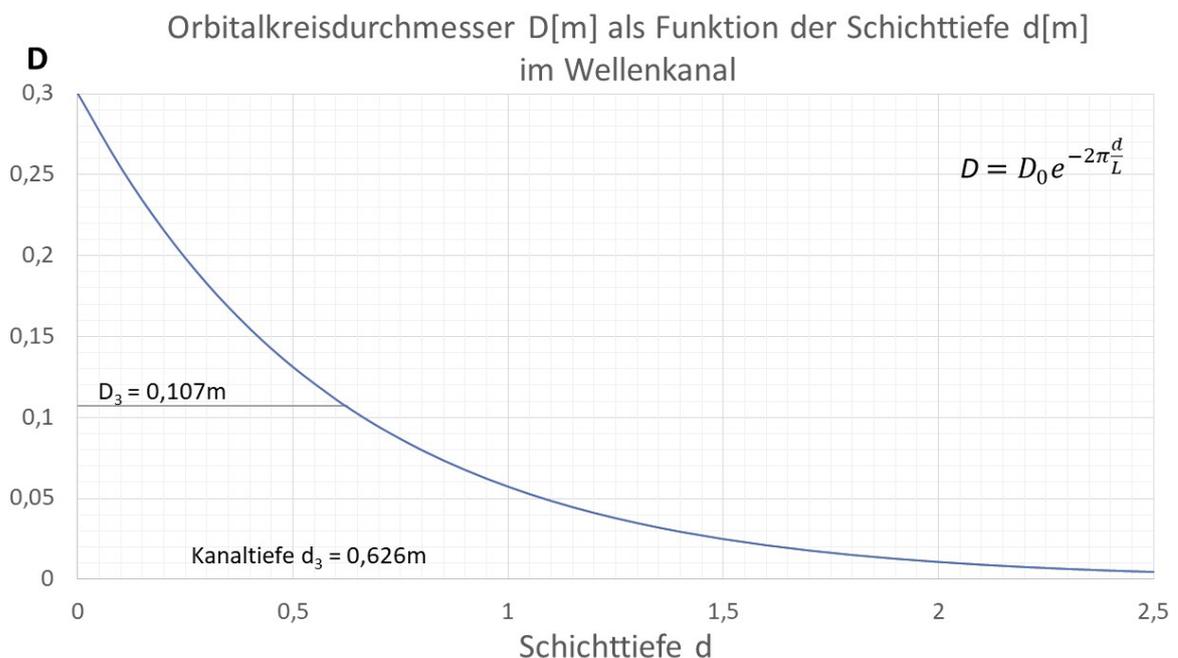


Abb.4: Orbitalkreisdurchmesser für Wassertiefen im Wellenkanal oberhalb (bzw. unterhalb) des Kanalbodens bezogen auf eine nominelle Wellenhöhe $H = 0,3\text{m}$ und die Wellenlänge $L = 3,8\text{m}$, die den Ergebnissen der betreffenden Modeluntersuchungen entstammen, vergl. Abb. 5.

Die zugehörige Graphik mit Bezug auf die Geometrie der Modellkonfiguration im verwendeten Wellenkanal enthält Abb. 5.

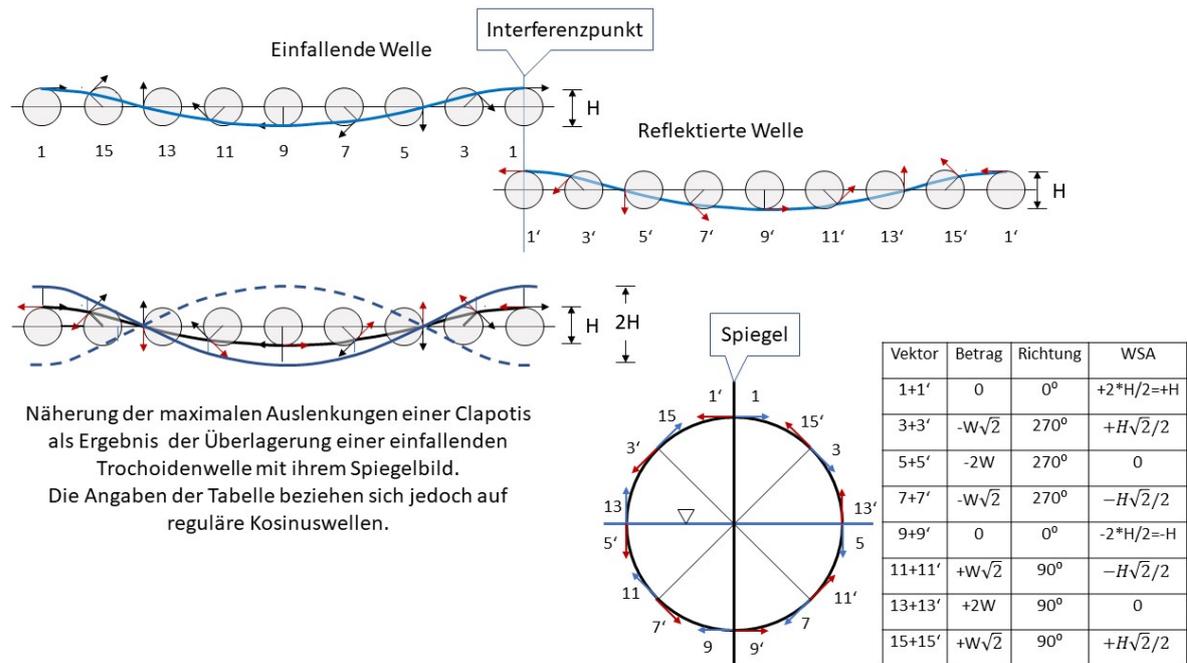


Abb.6: Dargestellt sind die Wasserspiegelauslenkungen zweier einander begegnender regulärer Kosinuswellen. Dabei sind jeweils 8 Wellenphasen die Orbitalvektoren nach Richtung und Betrag zugeordnet. Die horizontale Spiegelung ohne Phasensprung ($\Delta\varphi = 0^\circ$) ergibt eine vertikale linear polarisierte Schwingung der Wasserpartikel etwa an einer vertikalen Wand (Spiegel).

Trifft ein fortschreitender Wellenzug auf eine solche Wand, wird von dieser ein spiegelbildlicher Wellenzug zurückgeworfen. Durch Überlagerung von einfallender und reflektierter Welle entsteht bekanntlich eine stehende Welle, die nach der obigen Definition als positive Clapotis klassifiziert ist. Diese stellt das Ergebnis zweier gleicher einander begegnender Wellen ohne das Auftreten eines Phasensprungs ($\Delta\varphi = 0^\circ$) zwischen ihnen dar, da Wellenberge durch Wellenberge und Wellentäler durch Wellentäler reflektiert werden. Dieser Sachverhalt gilt wiederum nicht nur für die Wasserteilchenbewegung an der Wasseroberfläche bezogen auf den Ruhewasserspiegel (RWS) sondern in ähnlicher Weise auch bezogen auf die darunter liegenden Schichttiefen mit den zugehörigen nach dem genannten Exponentialgesetz mit der Wassertiefe abnehmenden Orbitalkreisdurchmessern, vergl. Abb.4.

Bezüglich der *resultierenden Orbitalgeschwindigkeiten* ist bei der Spiegelung (Reflexion) von besonderer Bedeutung, dass die Orbitalbewegungen der einfallenden und der reflektierten Welle einen *entgegengesetzten Drehsinn* aufweisen. Dabei sind im Falle der zirkularen Orbitalbewegung die Geschwindigkeiten der reflektierten Welle am Ort der Spiegelung (Interferenzpunkt) dem Betrage nach denjenigen der einfallenden Orbitalbewegung gleich. Dies hat die Folge, dass sich bei der Überlagerung beider ihre horizontalen Komponenten aufheben, während sich die spiegelparallelen vertikalen Komponenten verdoppeln. D.h., an der vertikalen Wand wie auch in allen Clapotis-Bäuchen (loops) ergibt die Vektoraddition der ursprünglich zirkularen Bewegungen der einfallenden und der reflektierten Welle für einen Wellenzyklus die *vertikale* linear polarisierte Schwingung einer Transversalwelle mit Maxima $\pm 2W_0$. Umgekehrt erreichen an den Schwingungsknoten die *horizontalen* Geschwindigkeitskomponenten auf Kosten der vertikalen Komponenten ihre Maxima mit $\pm 2W_0$.

W_0 ist dabei die Umfangsgeschwindigkeit der Wasserteilchen auf dem Orbitalkreis an der *Wasseroberfläche* eines tiefen Meeres gemäß $W_0 = \pi \cdot D_0 / T$ mit dem Durchmesser D_0 gleich der Wellenhöhe H bezogen auf die Wellenperiode T .

Dieser Einheitswert W_0 kann für die Oberfläche jeder betrachteten Wellenphase zugeordnet werden, und er gilt auch als Bezugswert für die geringeren (exponentiell reduzierten) Geschwindigkeiten in darunterliegenden Schichttiefen. Für die hier durchgeführten Interferenzuntersuchungen wurden auf dem Orbitalkreis je nach Genauigkeitserfordernis pro Wellenzyklus 8 oder 16 regelmäßig auf dem Umfang verteilte Stützpunkte für den Orbitalgeschwindigkeitsvektor gewählt.

Unter der Voraussetzung, dass die Orbitalbewegungen eines tiefen Meeres in einer Schichttiefe, die geringer ist als die halbe Wellenlänge, mit derjenigen an der Oberfläche gleichphasig verläuft, gilt für die gleichzeitige Betrachtung zweier zirkularer Orbitalbahnen in unterschiedlichen Schichttiefen i und n die Beziehung zwischen den Beträgen der betreffenden Geschwindigkeitsvektoren wie folgt

$$\frac{W_i}{W_n} = \frac{\pi \cdot D_i}{T} \cdot \frac{T}{\pi \cdot D_n} = \frac{D_i}{D_n} \quad (5)$$

D.h., dass sich die Umfangsgeschwindigkeiten W wie die Orbitalbahndurchmesser D verhalten, wobei $n \neq i$.

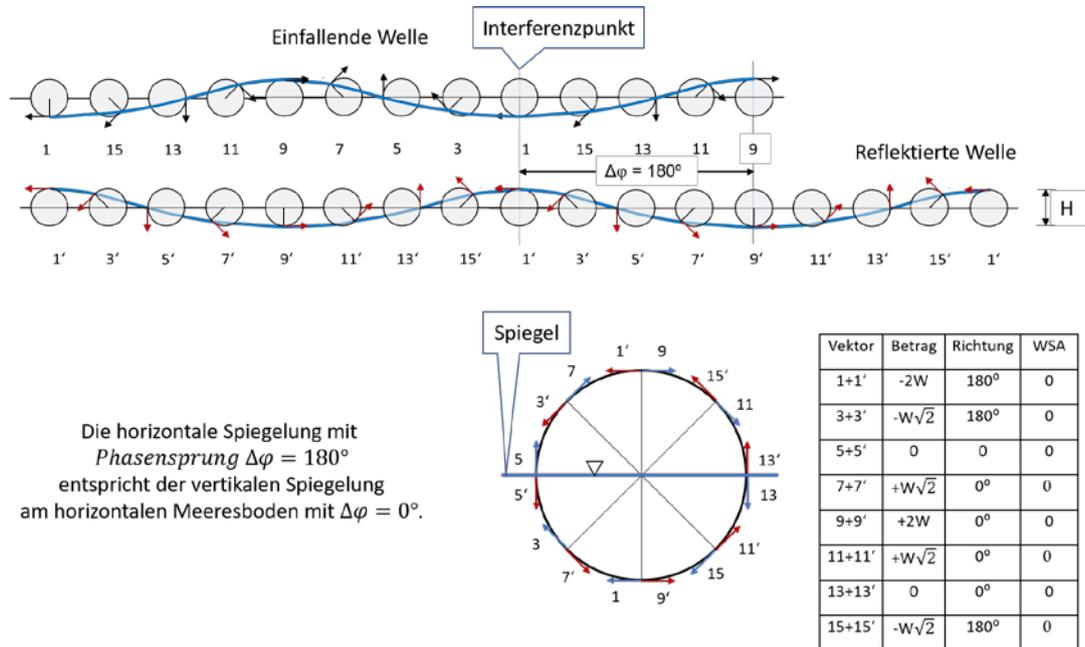
Somit werden vorerst keine konkreten Werte für die Wellenhöhe H und die Periode T erforderlich. Vielmehr reichen Einheitskreis-Betrachtungen an den Orbitalkreisen der Wasseroberfläche aus, um jeweils die aus der Vektoraddition resultierenden Geschwindigkeiten nach Betrag und Richtung sowie die zugehörigen resultierenden Wasserspiegelauslenkungen ζ zu bestimmen. Entsprechendes gilt auch für die unter der Wasseroberfläche positionierten Schichttiefen.

Für die nacheinander durchlaufenen Überlagerungsphasen $1+1'$, $3+3'$, $5+5'$, $7+7'$, ... kann am dargestellten Orbitalkreis (Einheitskreis mit dem Radius $H/2$) für den Interferenzpunkt die jeweils aus der Vektoraddition resultierende Geschwindigkeit nach Betrag und Richtung bestimmt werden, vergl. Tabelle in Abb.6.

In den Clapotis-Phasen, in denen sich die maximalen positiven bzw. negativen Wasserspiegelauslenkungen verdoppeln (Phasen $1+1'$ und $9+9'$), findet der Vorzeichenwechsel der vertikalen Schwingungsrichtung der Wasserpartikel statt. D.h., die momentanen Orbitalgeschwindigkeiten der gegenläufigen Wellen heben einander im gesamten Wellenfeld auf. In den folgenden Schwingungsphasen heben speziell in den Schwingungsbäuchen (loops) der Clapotis (wie auch am Interferenzpunkt (Position der vertikalen Wand) nur die Horizontalkomponenten der Orbitalvektoren einander auf, sodass die positive Clapotis an einer Wand den Charakter einer Transversalwelle erhält. Die maximalen vertikalen Orbitalgeschwindigkeiten betragen beim Durchschwingen durch den Ruhewasserspiegel $\pm 2W_0$ (Phasen $5+5'$ und $13+13'$).

Da die Vertikalkomponenten in (und unter) den Schwingungsknoten einander aufheben, erreichen die horizontalen Schwingbewegungen dort theoretisch ebenfalls ihre Maximalwerte in Höhe von $\pm 2W_0$. Die zugehörigen Schwingrichtungen (Richtungen der Stromlinien der positiven Clapotis) verlaufen dementsprechend senkrecht zu den gezeigten einander aufhebenden Geschwindigkeitsvektoren.

Theoretische negative Clapotis



Die horizontale Spiegelung mit Phasensprung $\Delta\varphi = 180^\circ$ entspricht der vertikalen Spiegelung am horizontalen Meeresboden mit $\Delta\varphi = 0^\circ$.

Abb.7: Am horizontalen Meeresboden entspricht die Reflexion (Spiegelung) mit dem Phasensprung $\Delta\varphi = 180^\circ$ der vertikalen Spiegelung am Boden (bzw. Wasserspiegel) mit dem Phasenunterschied $\Delta\varphi = 0^\circ$, vergl. auch Abb. 16.

Im Gegensatz zur positiven Clapotis (PC) verwendet der Autor den Begriff „negative Clapotis“ (NC) für eine Schwingung, bei der der Phasensprung (Phasendifferenz) zwischen einfallender Welle und reflektierter Welle $\Delta\varphi = 180^\circ$ beträgt. In diesem Fall würden prinzipiell Wellenberge durch Wellentäler und umgekehrt reflektiert. Eine derartige Konfiguration ist nur theoretisch vorstellbar, und zwar für den Fall, dass die (fiktive) Kinematik eines tiefen Meeres am (horizontalen) Meeresboden eines seichten Meeres exponentiell reduziert gespiegelt wird. Eine derartige Betrachtung wurde von Schulejkin (1956) (Schulejkin, 1960) vorgenommen (vergl. Kapitel 6), wobei dieser jedoch einen Zusammenhang mit dem Phänomen einer Phasendifferenz interferierender Wellen *nicht* in Betracht gezogen hatte. Tatsächlich kommt es hierbei auch an der Oberfläche zu keiner vollständigen Auslöschung der Wasserspiegelauslenkungen. Der theoretische Begriff bezieht sich vielmehr auf den als Spiegel aufgefassten Meeresboden, an dem ähnliche kinematische Abläufe erfolgen wie sie oben für die Spiegelung an der vertikalen Wand beschrieben sind. Wie bereits in Abb.5 bezogen auf den ebenen Boden des Wellenkanals dargestellt, kommt es auch hier zur Überlagerung zweier gleichgroßer Orbitalkreise mit entgegengesetztem Drehsinn. Dies hat die Folge, dass sich in diesem Grenzfall die stehende Welle als horizontale linear polarisierte Schwingbewegung am Boden eines seichten Meeres darstellt, und zwar im Sinne einer Longitudinalschwingung, die etwa den Druckänderungen in Schallwellen (Verdichtungen und Verdünnungen der Molekülabstände) vergleichbar ist.

Wird die Konstruktion der resultierenden Orbitalgeschwindigkeiten nach dem gleichen Prinzip wie für die positive Clapotis durch horizontale Spiegelung an einem vertikalen Spiegel jedoch nunmehr bezogen auf den horizontalen Meeresboden (im Modell für die Wassertiefe d_3) durchgeführt, können die Vektoradditionen für die nacheinander durchlaufenen Überlagerungsphasen $1+1'$, $3+3'$, $5+5'$, $7+7'$... nach Betrag und Richtung wiederum am dargestellten Orbitalkreis (Einheitskreis) bezüglich der vorliegenden Wassertiefe verfolgt werden, vergl. Tabelle in Abb.7.

In den Clapotis-Phasen, in denen sich die maximalen Beträge der Wasserspiegelauslenkungen zu Null reduzieren ($1+1'$ und $9+9'$) heben die Vertikalkomponenten der momentanen Umfangsgeschwindigkeiten entsprechend der Kontinuitätsbedingung einander auf mit der Folge, dass die Horizontalkomponenten ihren maximalen positiven bzw. maximalen negativen Betrag $\pm 2W_3$ aufweisen. In den dazwischenliegenden Phasen wird sukzessive jeweils in den Umkehrpunkten der Betrag Null erreicht.

7. Orbitalbewegung in einem seichten Meer

Um die Veränderung der Kinematik des Wellenfeldes bei der Berücksichtigung des Bodens anschaulicher und physikalisch verständlicher darzustellen, ist Schulejkin (1956) (Schulejkin, 1960) von der üblichen mathematischen Ableitung der Wasserpartikelbewegung abgewichen und hat stattdessen ebenfalls ein Verfahren der Spiegelung verwendet. Demnach kann die Orbitalbewegung mit Grundberührung aus der derjenigen ohne Grundberührung (eines tiefen Meeres) konstruiert werden. Dazu wird der Boden in einer Tiefe $d < L/2$ derart als Spiegel aufgefasst, dass die sich nach Gleichung (4) exponentiell reduziert hinter dem Spiegel fortsetzende Orbitalkinematik spiegelbildlich (mit entgegengesetztem Drehsinn) der vor dem Spiegel initial vorhandenen Orbitalkinematik überlagert.

Dafür waren die algebraischen Formulierungen der horizontalen und vertikalen Bahnkoordinaten der Orbitalgeschwindigkeiten für Wasserteilchen auf elliptischen Bahnen in einem seichten Meer ausschließlich bezogen auf die Randbedingung des horizontalen ebenen Bodens von Schulejkin abgeleitet worden.

Der Autor weitet im Folgenden die Anwendung dieses Verfahrens derart aus, dass er es auch auf von der Horizontalen abweichende Strömungs-Berandungen (geneigter Seegrund, speziell ebene Böschungen) anpasst. Zugleich werden unter Verwendung der graphischen bzw. rechnerischen Vektoraddition die Orbitalgeschwindigkeiten partiell stehender Wellen nach Betrag und Richtung bestimmt. Dabei werden als Eingangsdaten die in den eigenen Modelluntersuchungen verwendeten Modellabmessungen zugrunde gelegt. Im Sinne der Vergleichbarkeit der Ergebnisse mit den Modelluntersuchungen sind diese in den Abb. 5 und 12 maßstabsgerecht berücksichtigt.

Die dort gezeigte Geometrie ist dementsprechend orientiert an der Konfiguration und den Ergebnissen der Laboruntersuchungen für ein Glattdackwerk der Neigung $1 : n = 1 : 2$ im Wellenkanal, dessen Wassertiefe $d = 0,626\text{m}$ betrug. Demnach wurde exemplarisch die Länge $L = 3,8\text{m}$ der Partialwelle des Teilfrequenzbereiches $0,4875\text{Hz} \leq f \leq 0,51875\text{Hz}$ näher untersucht, vergl. Büsching (2011) (Büsching, F., 2012) (Büsching, F., 2011), sowie Abb.11.

Da die betreffenden Untersuchungen auf der Analyse der Energiewerte partiell stehender Wellen (anstelle der Messung der Höhen von einfallenden und reflektierten Wellen) basieren, stellt der nachfolgend verwendete Wellenhöhen-Parameter $H = D = 0,3\text{m}$ keinen Messwert dar, sondern ist lediglich als exemplarischer Eingangswert H_i einer etwa aus dem Tiefwasser einfallenden Welle anzusehen.

Voraussetzung für die graphisch-rechnerische Darstellung bzw. Ermittlung der Orbitalbewegungen im Bereich an und oberhalb der ebenen Kanalsohle (in Abb.5) ist die Wahl geeigneter Maßstäbe für die Geometrie und die Orbitalgeschwindigkeit.

Entsprechend dem Spiegelungskonzept wird der horizontale Boden des Wellenkanals (Meeresboden) zunächst als nicht existent betrachtet und die mit der Tiefe abnehmenden Orbitalbewegungen regulärer Wellen eines Tiefen Meeres sind gemäß Gleichung (4) vorhanden, vergl. Abb.5.

Demnach würden für die vom Boden ausgehende positive Ortskoordinate ξ_i die Wasserteilchen sich um das Zentrum eines Kreises mit dem entsprechenden Radius r_i bewegen

Hier wird die Orbitalbewegung analog zu der obigen Betrachtung von 8 Wellenphasen durch jeweils an 8 gleichmäßig auf den Umfang verteilten Orbitalvektoren W_i gleichen Betrages repräsentiert. Entsprechendes würde wiederum für die Wasserteilchenbewegung in Höhe des Bodens und darunter gelten. Bei der Spiegelung der im Abstand $-\xi$ unter dem Boden vorhandenen zirkularen Orbitalbewegungen sind diese den entsprechenden zirkularen Orbitalbewegungen oberhalb des Bodens im Abstand $+\xi$, jedoch mit *entgegengesetztem* Drehsinn, zu überlagern. Als Ergebnis wird für jede Schichttiefe oberhalb des Bodens die resultierende Orbitalbahn als Ellipse erhalten, deren lange horizontale Halbachse gleich der Summe der Radien der erzeugenden Orbitalkreise (eines tiefen Meeres) ist und deren kurze Halbachse sich aus der Differenz der beiden betreffenden Radien ergibt.

Somit ist für ein seichtes Meer mit ebenem Boden festzustellen, dass der üblicherweise als „Bodenberührung“ bezeichnete Effekt der Randbedingung anschaulicher und präziser als Spiegelungseffekt des Seebodens charakterisiert werden kann, bei dem die zu überlagernden gespiegelten Orbitalgeschwindigkeiten nur mit einem vom jeweiligen Spiegelabstand abhängigen Bruchteil der einfallenden örtlichen Orbitalgeschwindigkeiten spiegelverkehrt eingehen. Zudem wird hier der Kontinuitätsbedingung dadurch Rechnung getragen, dass das Verschwinden der vertikalen Schwingbewegung am Boden (bzw. normal zur Strömungsberandung) mit der Verdoppelung der horizontalen Schwingung am Boden (bzw. in der geneigten Randstromlinie) einhergeht

Der Autor hat für dieses Verfahren den verkürzenden Terminus „exponentiell reduzierte Spiegelung“ gewählt und verwendet nachfolgend hierfür die Abkürzung ERR.

Im Falle der hier vorausgesetzten regulären Kosinuswellen ändert sich bei der Teilchenbewegung auf einer Ellipse der resultierende Betrag der Geschwindigkeit $W_{r,i}$ (für die betreffende Schichttiefe i) kontinuierlich.

An der Wasseroberfläche sind die maximalen Geschwindigkeiten dem Wellenberg bzw. dem Wellental zugeordnet, während die minimalen Geschwindigkeiten vertikal orientiert sind und sich auf die Phasen des Durchstoßes des Wellenprofils durch den Bezugshorizont (Ruhewasserspiegel) beziehen. Ähnliches gilt entsprechend reduziert für die darunterliegenden Schichttiefen.

Wegen der mit der Wassertiefe exponentiell abnehmenden Orbitalkreisdurchmesser sollten für die Untersuchungen des Strömungsfeldes vorteilhaft Schichttiefen mit *gleichen* Abständen gewählt werden, was im vorliegenden Fall jedoch teilweise nur näherungsweise realisiert ist.

Nachfolgend wird die graphisch-rechnerische Vektoraddition exemplarisch für die Schichttiefe d_2 , für den Wasserspiegel d_0 und für den Kanalboden d_3 dargestellt, vergl. Abb.5.

Zur Unterscheidung von den 4 weiter unten untersuchten geneigten Spiegelungsachsen II, III, IIIa und IV an der geneigten Böschungsebene, vergl. Abb.12, wurde die Konfiguration mit vertikaler Spiegelungsachse in Abb. 5 mit römisch I bezeichnet.

Der Hinweis darauf wird - wie auch auf die übrigen genannten Spiegelungsachsen - für die betreffenden Wassertiefen im Index getrennt durch einen Punkt gegeben.

Für die Schichttiefe $d_{2,1} = 0,412\text{m}$ (entsprechend der Koordinate $\xi = 0,214\text{m}$) ist die graphische Konstruktion der Orbitalbahn sowie die sich mit der Position auf dieser ändernden resultierenden Orbitalvektoren der Abb. 8 zu entnehmen.

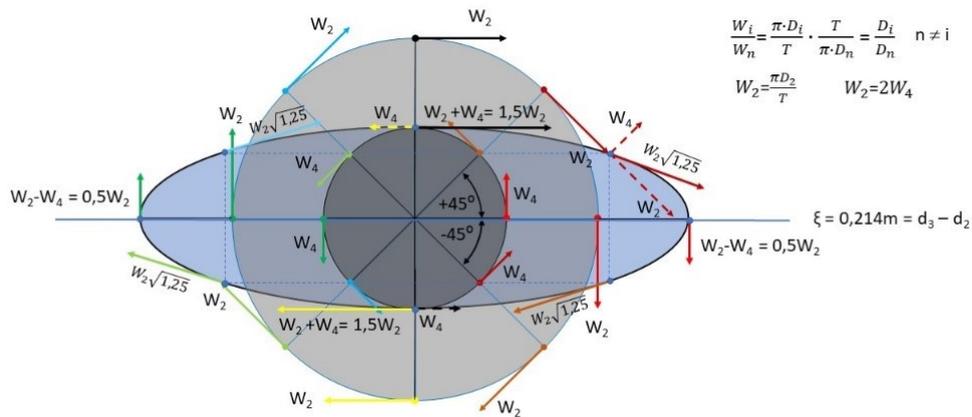


Abb. 8: Graphische Ermittlung der elliptischen Orbitalbahnen für ein seichtes Meer. Spiegelsachse der Konfiguration I. Spezialfall der Vektoraddition für das Verhältnis $D_{2,1}/D_{4,1} = 2/1$, der sich für die Schichttiefe $d_{2,1} = 0,412\text{m}$ entsprechend der Koordinate $\xi = 0,214\text{m}$ und der exponentiell reduzierten Spiegelung (ERR) der Orbitalbewegung bei $\xi = -0,214\text{m}$ (unterhalb des Bodens) ergibt. Für die Umfangsgeschwindigkeiten gilt somit die Beziehung $W_2 = 2W_4$.

Wiederum sind in diesem Fall die resultierenden Werte für die maximalen und minimalen Orbitalgeschwindigkeitsvektoren in Abhängigkeit von der örtlichen zirkularen Umfangsgeschwindigkeit angegeben. Zudem ist exemplarisch für die auf die Horizontale bezogenen Phasenwinkel $\Theta = +45^\circ$ bzw. $\Theta = -45^\circ$ die graphische Vektoraddition der Vektoren W_2 und W_4 (dunkel rot) gezeigt, deren Resultierende den Betrag und die Richtung der Tangente an die resultierende Ellipse angibt. Die Bezugspunkte für die übrigen resultierenden Geschwindigkeitsvektoren (braun, hell grün, blau) an der gesuchten Ellipse werden ebenfalls durch rechnerisch-graphische Vektoradditionen oder durch Symmetriebetrachtungen gefunden, sodass die elliptische Orbitalbahn mit großer Genauigkeit in den Geschwindigkeitsplan eingetragen werden kann.

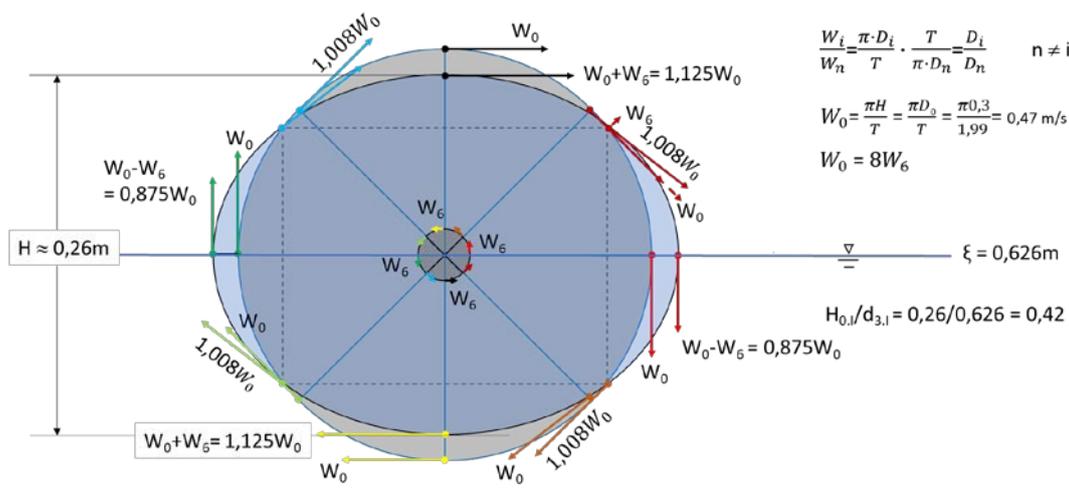


Abb.09: Graphische Ermittlung der elliptischen Orbitalbahnen für ein seichtes Meer mit ebenem Boden. Spiegelsachse der Konfiguration I. Vektoraddition für das Verhältnis $D_{0,1}/D_{6,1} = 0,3\text{m}/0,0375\text{m} = 8/1$, der sich für den Ruhewasserspiegel entsprechend der Koordinate $\xi = d_{0,1} = 0,626\text{m}$ und der Spiegelung der Orbitalbewegung bei $\xi = -0,626\text{m}$ (unterhalb des Bodens) ergibt, vergl. Abb. 5. Für die Umfangsgeschwindigkeiten gilt somit die Beziehung $W_0 = 8W_6$.

Am Boden ergibt sich als Sonderfall entsprechend der Randbedingung aus der Überlagerung zweier gleicher Orbitalkreise jedoch gegenläufiger Umfangsgeschwindigkeiten als resultierende Bewegung wiederum die horizontale linear polarisierte Schwingung. Deren maximale Geschwindigkeiten können wiederum mit dem 2-fachen Betrag der erzeugenden zirkularen Bewegungen am Boden abhängig von W_3 mit $\pm 2W_3$ angegeben werden, vergl. Abb.7. Die absoluten Beträge sind hierfür, wie auch diejenigen für die folgenden übrigen Schichttiefen der Spiegelsachse I mit den Indices 2, 1 und 0 ermittelten, der Tabelle 1 zu entnehmen.

Die in den Abb. 8 und 9 vorgenommenen graphisch-rechnerischen Vektoradditionen der beiden zirkularen gegenläufigen Orbitalgeschwindigkeiten liefern also neben den elliptischen Bahnkurven auch die sich auf diesen mit der Position ändernden Beträge der resultierenden Orbitalgeschwindigkeiten. Dabei konnte die Form der Bahnkurven mit Hilfe eines Zeichenprogrammes sehr genau der Gesamtheit der tangentialen Geschwindigkeitsvektoren angepasst werden.

Im Unterschied zu der Methode der Ellipsen-Konstruktion nach Phillippe de la Hire, die auf der Verwendung der beiden Scheitelkreise basiert, werden hier für die Darstellung der elliptischen Bahnkurve die erzeugenden Orbitalkreise derart verwendet, dass sich die lange horizontale Halbachse a als Summe der Radien beider Orbitalkreise ergibt und die kurze vertikale Halbachse b aus der Differenz der letzteren resultiert.

Entsprechend gilt für die Extremwerte der Orbitalgeschwindigkeiten: Die maximalen (horizontalen) Orbitalgeschwindigkeiten auf der Ellipse ergeben sich aus der Summe der beteiligten zirkularen Orbitalgeschwindigkeiten und die minimalen (vertikalen) Orbitalgeschwindigkeiten aus deren Differenz.

Alternativ lautet die Parameter-Darstellung für die Bahnkurve der Ellipse:

$$\begin{pmatrix} x = a \cos t \\ y = b \sin t \end{pmatrix} \text{ mit } 0 \leq t \leq 2\pi \quad (6)$$

und für die linear polarisierte Teilchenschwingung an der horizontalen Beckensohle in der Tiefe d_3 ist $a = r$, sodass

$$\begin{pmatrix} x = 2r_3 \cos t \\ y = 0 \end{pmatrix} \text{ mit } 0 \leq t \leq 2\pi \quad (7)$$

8. Phasenverschiebung an einer geneigten Ebene

Hatten die linear polarisierten Schwingungen an den festen Strömungsberandungen sowohl für die Erscheinungsform der positiven Clapotis (mit $\Delta\varphi = 0^\circ$) an der vertikalen Wand als auch für die negative Clapotis am horizontalen Boden (mit $\Delta\varphi = 180^\circ$) die jeweils adäquate Randbedingung repräsentiert, ist der Schluss unausweichlich, dass derartige Schwingungen auch an geneigten ebenen Oberflächen auftreten.

Die betreffende lineare Beziehung zwischen der Phasenverschiebung $\Delta\varphi$ und der Böschungsneigung lautet dann:

$$\Delta\varphi = 180^\circ - 2\alpha \quad (8a)$$

bzw.

$$\alpha = 90^\circ - 0,5\Delta\varphi \quad (8b)$$

Somit wird für die im Modell untersuchte Böschungsneigung $1:n = 1:2$ entsprechend $\alpha = 26,57^\circ$ die zugehörige Phasenverschiebung zwischen einfallender und reflektierter Welle zu

$$\Delta\varphi_{theo} = 126,86^\circ$$

gefunden, vergl. Abb. 10.

Tatsächlich stimmt dieser Wert der Phasenverschiebung fast exakt mit den vom Autor, in (Büsching, F., 2012), (Büsching, F., 2011) für die hier wie dort verwendete oben angegebene

Referenzwelle an einer Neigung 1 : 2 überein, sodass damit das Phänomen der Phasenverschiebung als Komponente des komplexen Reflexionskoeffizienten (CRC) nunmehr auch theoretisch als nachgewiesen anzusehen ist. Die diesen Sachverhalt kennzeichnende bildliche Darstellung ist hier die Abb. 11. Es sei erwähnt, dass die dargestellten Energiewerte für partiell stehende Partialwellen u.a. auch die mit Annäherung an das Böschungsbauwerk auftretende horizontale Wellenasymmetrie dokumentieren.

Aus diesem Grunde wird im vorliegenden Fall die Phasenverschiebung von zwei Messwerten eingegrenzt, sodass deren Mittelwert

$$\Delta\varphi = \frac{132,6^\circ + 123,2^\circ}{2} = 127,9^\circ \approx 126,86^\circ \quad (9)$$

Werden alle 5 Partialwellen des in (Büsching, F., 2011) bzw. (Büsching, F., 2012) betrachteten spektralen Kernbereichs in gleicher Weise berücksichtigt, ergibt sich hierfür der arithmetische Mittelwert zu:

$$\Delta\varphi = 132,00^\circ \approx 126,86^\circ.$$

Es sei angemerkt, dass die (geringe) Abweichung nicht nur aus den in Abb. 11 dokumentierten relativen Verschiebungen der 5 Partialwellen zueinander und die frequenzabhängigen Stauungen erklärt werden kann, sondern auch auf Rundungsfehler speziell bei der Ermittlung der Längen der Partialwellen zurückgeführt werden können.

Theoretischer Phasensprung $\Delta\varphi$ als Funktion der Böschungsneigung α

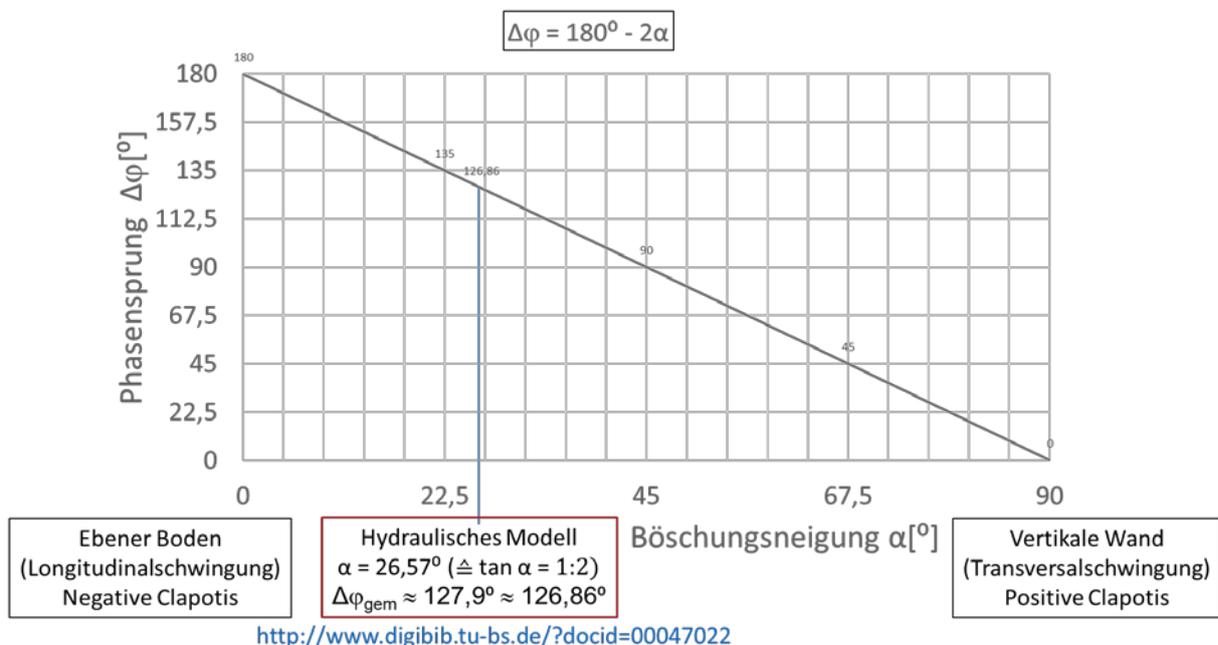


Abb.10: Phasensprung $\Delta\varphi$ [°] zwischen einfallender und reflektierter Welle als lineare Funktion des Böschungswinkel α [°].

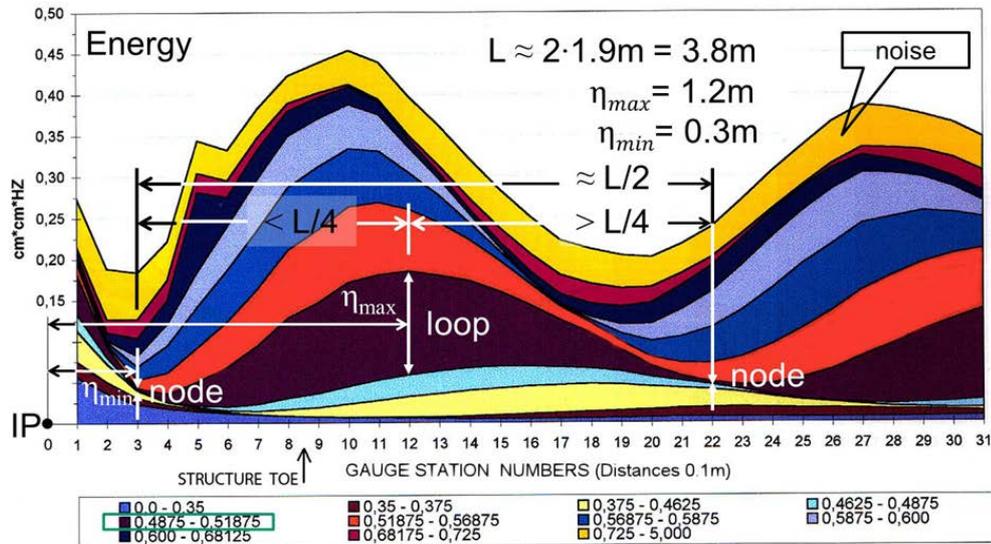


Abb 11: Zur Ermittlung der Länge L und der Phasendifferenz $\Delta\varphi$ zwischen einfallender und reflektierter Welle am Beispiel der Partialwelle des Frequenzbereiches $0,4875\text{Hz} \leq f \leq 0,51875\text{Hz}$ an einer ebenen Böschung 1:2.

Infolge der horizontalen Wellenasymmetrie der fast brechenden Wellen (gekennzeichnet durch $\eta_{\max} - \eta_{\min} < L/4$) liefern die Formeln (10a) und (10b) zwei unterschiedliche Ergebnisse für die Phasenverschiebung $\Delta\varphi = 132,6^\circ > 123,2^\circ$. Nähere Erläuterung in (Büsching, F., 2012) oder (Büsching, F., 2011).

Nach den Untersuchungen des Autors kann die Phasenverschiebung aus der Auftragung der mithilfe der Spektrum-Analyse berechneten Energiewerte über der Entfernung von IP gewonnen werden, dadurch dass die Entfernungen des bauwerks-nächsten Energiemaximums (unvollkommener Schwingungsbauch) η_{\max} und des benachbarten Energieminimums (unvollkommener Schwingungsknoten) η_{\min} aus Abb.11 abgegriffen werden. Die näherungsweise Phasendifferenz $\Delta\varphi$ ergibt sich dann aus dem Mittelwert der Formeln (10a) und (10b):

$$\Delta\varphi[^\circ] = 360 \left(1 - \frac{2\eta_{\max}}{L}\right) \quad (10a)$$

$$\Delta\varphi[^\circ] = 180 \left(1 - \frac{4\eta_{\min}}{L}\right) \quad (10b)$$

Da der Parameter Phasenverschiebung $\Delta\varphi$ nach Gleichung (8a) denjenigen der Bodenneigung α enthält, kann nunmehr der komplexe Reflexionskoeffizient (CRC) auch als *Transformationsparameter* für Wellen über abnehmender Wassertiefe angesehen werden. Dieser könnte zusammen mit der in Abb. 11 dokumentierten landwärts gerichteten Verschiebung höherfrequenter (kurzwelligerer) Energieanteile gegenüber niederfrequenten (langwelligeren) Anteilen künftig auch die Basis für einen **Paradigmenwechsel** bei der Behandlung der **Wellenverformung** im Bereich der küstennahen Wassertiefenabnahme und in der Brandungsforschung darstellen. Denn nunmehr können theoretisch (und anschaulich) Profilverformungen von Wellen

bei sich ändernden Neigungswinkeln des Meeresbodens im Brandungsgebiet auch auf Schwingungs-Interferenzen zurückgeführt werden.

Insbesondere wären auch Ansätze höherer Ordnung zur Beschreibung der Wellenverformung bezüglich der Verwendung des Parameters Phasenverschiebung zu überprüfen.

9. Grafische und mathematisch exakte Addition von Orbitalgeschwindigkeitsvektoren bezüglich der Böschungsneigung 1 : 2.

Die Eingangsdaten, für die in Abb. 12 dargestellten rotierten elliptischen Orbitalbahnen, sind in den Darstellungen der Abbildungen 13 bis 16 enthalten. Darin ist jeweils der zugrundeliegende Vektorplan bezüglich der zu überlagernden Orbitalgeschwindigkeitsvektoren dargestellt. Demnach wurde auch hier jeweils von 8 Stützpunkten (mit Winkelabständen von 45°) auf den Ausgangs-Orbitalkreisen für die zirkulare Orbitalgeschwindigkeit ausgegangen, wobei für die jeweils zu addierenden Geschwindigkeitsvektoren die gleiche Farbe gewählt wurde bzw. die Ordnungszahlen der exponentiell reduziert gespiegelten Vektoren mit Apostroph versehen sind. Die Vektoradditionen wurden auch hier sowohl mit Hilfe eines Zeichenprogrammes graphisch als auch rechnerisch durchgeführt. In den Abbildungen 13 bis 15 ist die graphische Ermittlung des resultierenden Vektors nach Betrag und Richtung exemplarisch jeweils rechts oben für das Vektorpaar $1 + 1'$ dargestellt.

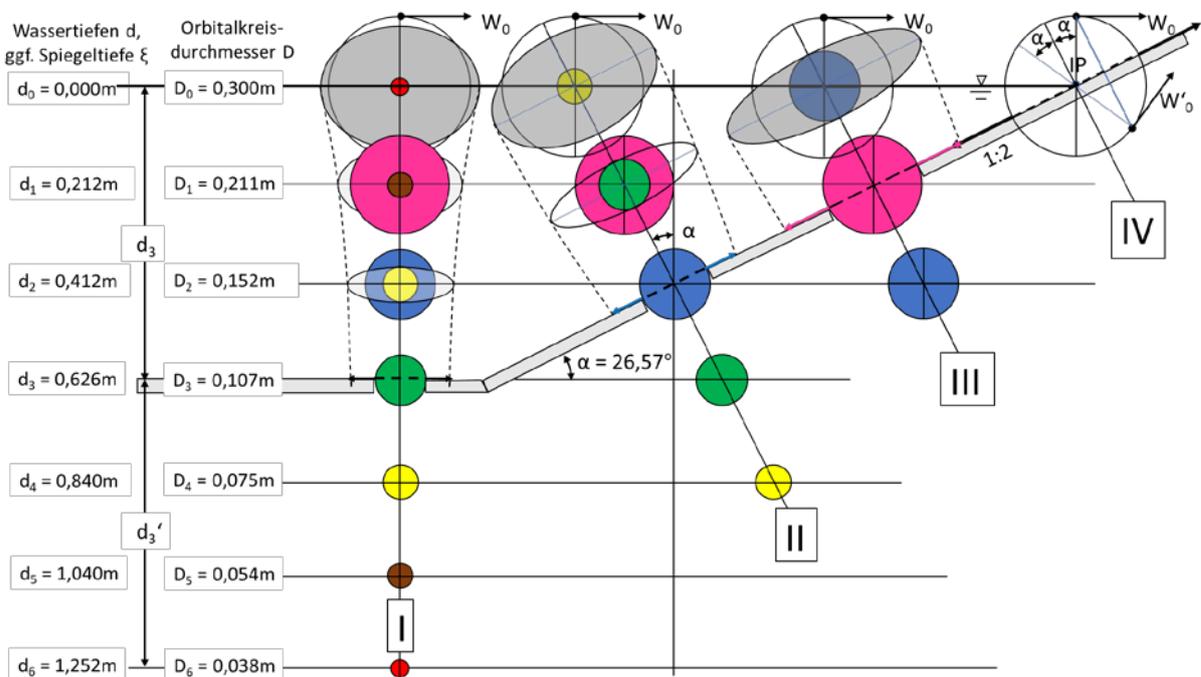


Abb.12: Zur Konstruktion der elliptischen Orbitalbewegungen im Bereich begrenzter Wassertiefe am Beispiel einer im Wellenkanal untersuchten glatten 1 : n = 1 : 2 geneigten Böschung. Gezeigt sind die Ergebnisse für Untersuchungen an den Spiegelungsachsen I bis IV. Berechnungen bezüglich einer zusätzlich einbezogenen Spiegelungsachse IIIa zwischen den Achsen III und IV sind hier aus zeichnerischen Gründen nicht berücksichtigt. Erläuterungen zum Verfahren der Überlagerung bei der „exponentiell reduzierten Spiegelung“

der Orbitalkinematik werden nachfolgend gegeben.

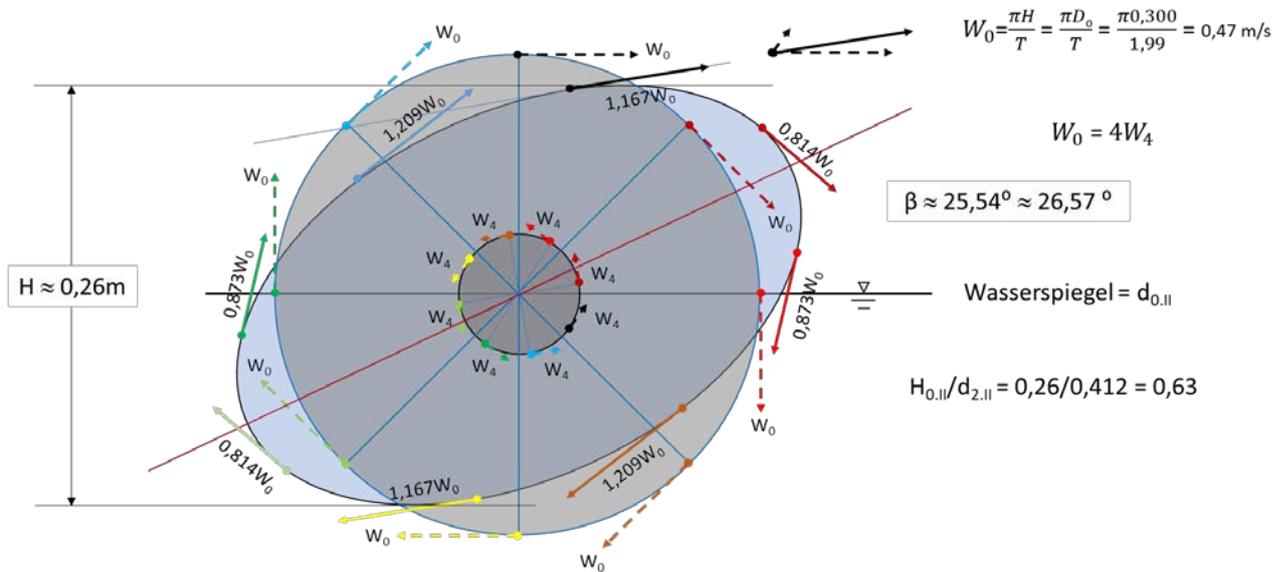


Abb. 13: Rechnerisch-graphische Ermittlung der elliptischen Orbitalbahnen über einer Böschungsneigung 1: n = 1: 2, (entsprechend $\alpha = 26,57^\circ$). Spiegelungsachse der Konfiguration II. Vektoraddition für das Verhältnis $D_{0,II}/D_{4,II} = 0,300\text{m}/0,075\text{m} = 4$, der sich für den Wasserspiegel ($d_{0,II} = 0,0\text{m}$) entsprechend der Koordinate $\xi = 0,412\text{m}$ und der Spiegelung der Orbitalbewegung bei $\xi' = -0,412\text{m}$ (unterhalb des geneigten Bodens) ergibt, vergl. Abb.12.

Für die Umfangsgeschwindigkeiten gilt somit die Beziehung $W_0 = 4W_4$

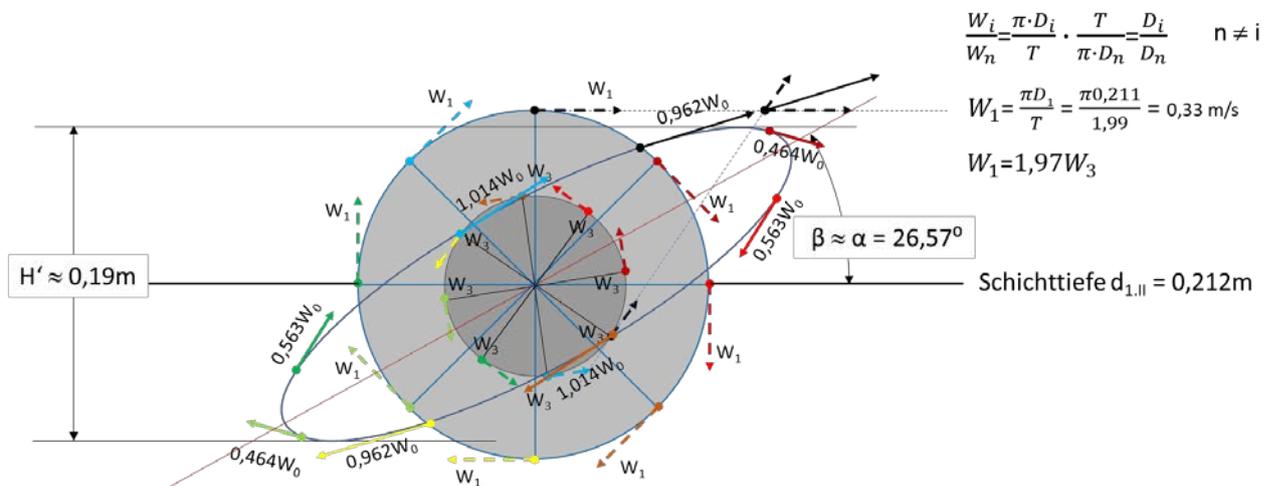


Abb. 14: Graphische Ermittlung der elliptischen Orbitalbahnen über der Böschungsneigung 1:n = 1:2 entsprechend $\alpha = 26,57^\circ$. Spiegelungsachse der Konfiguration II. Vektoraddition für das Verhältnis $D_1/D_3 = 0,211\text{m}/0,107\text{m} = 1,97$, der sich für die Schichttiefe $d_1 = 0,212\text{m}$ entsprechend der Koordinate $\xi = 0,2\text{m}$ und der Spiegelung der Orbitalbewegung bei $\xi' = -0,214\text{m}$ (unterhalb des geneigten Bodens näherungsweise) ergibt. Für die Umfangsgeschwindigkeiten gilt somit die Beziehung $W_1 = 1,97W_3$. Der Plan der resultierenden Orbitalgeschwindigkeiten ist jedoch bereits auf W_0 umgerechnet.

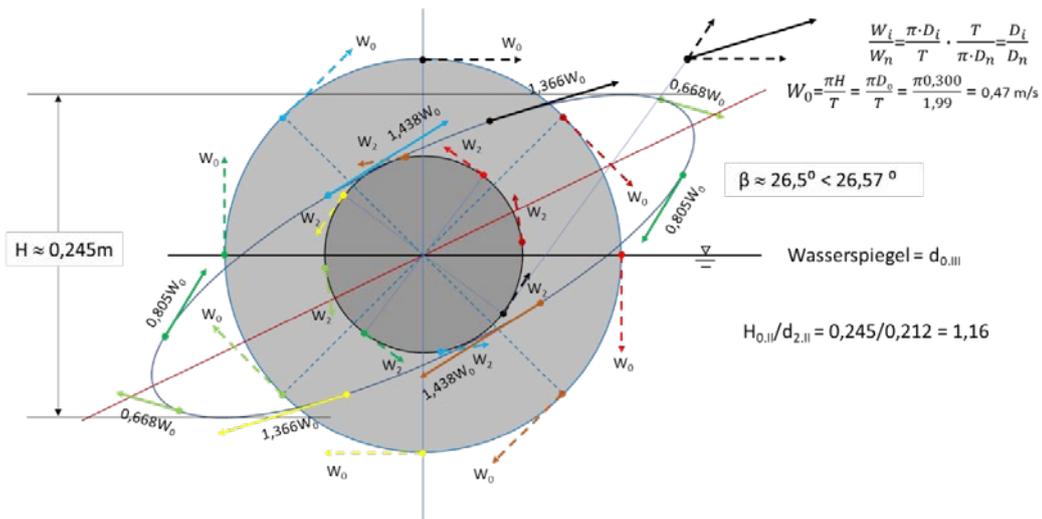
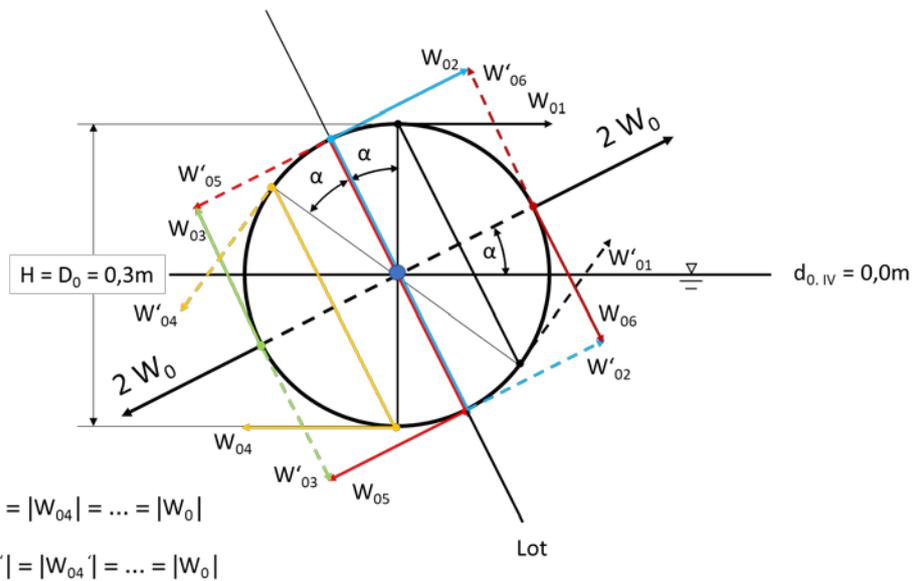


Abb. 15: Rechnerisch-graphische Ermittlung der elliptischen Orbitalbahnen über einer Böschungsneigung 1: n = 1:2 entsprechend $\alpha = 26,57^\circ$. Spiegelungsachse der Konfiguration III. Vektoraddition für das Verhältnis $D_0/D_2 = 0,300\text{m}/0,152\text{m} = 1,97$ der sich für den Wasserspiegel (Schichttiefe $d_{0,III} = 0,0\text{m}$) entsprechend der Koordinate $\xi = 0,212\text{m}$ und der Spiegelung der Orbitalbewegung bei $\xi' = -0,200$ (unterhalb des geneigten Bodens näherungsweise) ergibt, vergl. Abb.12. Für die Umfangsgeschwindigkeiten gilt somit die Beziehung $W_0 = 1,97W_2$.



$$|W_{01}| = |W_{02}| = |W_{03}| = |W_{04}| = \dots = |W_0|$$

$$|W'_{01}| = |W'_{02}| = |W'_{03}| = |W'_{04}| = \dots = |W_0|$$

Abb. 16: Rechnerisch-graphische Darstellung der linear polarisierten Partikelschwingung am Schnittpunkt (IP) des Ruhewasserspiegels (RWS = $d_{0,IV}$) mit der Böschungsneigung.

Darüber hinaus zeigt Tab. 1 das Schema für die rechnerisch exakte Addition der an der exponentiell reduzierten Spiegelung beteiligten Orbitalgeschwindigkeitsvektoren exemplarisch für zwei aufeinander folgende Paare von Stützpunktpositionen auf den Orbitalkreisen der Abb.15. Die obere Tabelle betrifft die Stützpunkte mit den Ortsvektorkwinkeln 450° und $323,14^\circ$ und die untere Tabelle die Stützpunkte mit den Ortsvektorkwinkeln 495° und $278,14^\circ$. Demnach ist für

den kompletten Wellenzyklus in den gleichartigen aufeinanderfolgenden Tabellenberechnungen jeweils der Eingangswinkel für die Stützpunkte der einfallenden Orbitalgeschwindigkeiten um den positiven Betrag des gewählten Stützpunktwinkelabstandes (hier 45°) zu erhöhen und für die gespiegelte Orbitalgeschwindigkeit um den gleichen Betrag zu erniedrigen. Die tabellarische Berechnung basiert auf der Zerlegung der Orbitalgeschwindigkeitsvektoren in ihre longitudinalen und transversalen Komponenten. Dabei gilt die Bedingung, dass das Geschwindigkeitsmoment (aus Geschwindigkeit und dazu senkrechtem Abstand vom Koordinatenursprung (Hebel) (hier: 0,743) für alle Positionen auf der Ellipse gleich ist. Der Vergleich der einerseits grafisch und andererseits exakt rechnerisch erhaltenen Ergebnisse zeigt, dass die Genauigkeit der ersteren durchaus ausreichend erscheint. Als Anzeichen dafür mag gelten, dass die bezüglich Abb.15 tabellarisch ermittelten Neigungswinkel $\beta_1 = 17,28^\circ$ bzw. $\beta_2 = 32,79^\circ$ der resultierenden Orbitalgeschwindigkeitsvektoren um ein entsprechendes Maß von der grafisch ermittelten Böschungsneigung $\beta \approx 26,5^\circ$ nach unten bzw. nach oben abweichen.

Tab. 1: Schema für die rechnerisch exakte Addition der an der exponentiell reduzierten Spiegelung (ERR) beteiligten Orbitalgeschwindigkeitsvektoren.

Resultierende Orbitalgeschwindigkeiten auf rotierter elliptischer Orbitalbahn bezüglich der Wassertiefe d0.III.									
Vektoraddition für den Phasensprung $\Delta\varphi=126,86^\circ$ entsprechend der Böschungsneigung $\alpha=26,57^\circ$.									
Bezugspunkt = Koordinatenursprung (0) = Kreismittelpunkt. Stützpunktwinkelabstände : 45° .									
Stützpunkte 1+1' (d0.III)	Stützpunkt- winkel	Umfangsgeschwindigkeiten			Stützpunkt- koordinaten				
		Betrag $\pi D/T$	Komponenten		x_i	y_i	X_{iy}	Y_{ix}	$X_{iy}-Y_{ix}$
Geschwindigkeiten	[$^\circ$]	[m/s]	X_i	Y_i	x_i	y_i	X_{iy}	Y_{ix}	$X_{iy}-Y_{ix}$
i=1, einfallende Welle:	450	$W_{0,III}=1$	1,000	0,000	0,000	1,000	1,000	0,000	1,000
i=2, gespiegelte Welle:	323,14	$W_{2,III}=W_{0,III}/1,97$	0,304	0,406	0,406	-0,304	-0,092	0,165	-0,257
Summe R_x bzw. R_y bzw. Momentenanteile:			1,304	0,406			0,908	0,165	0,743
Quadrate:			1,701	0,165					
Quadratsumme QS:			1,865						
Wurzel QS = Resultierender Betrag R:			1,366						
Moment $M(0)$ = Summe ($X_i*y_i - Y_i*x_i$):							0,743		
Hebel= M/R :							0,544		
Gleichung der Resultierenden : $0 = M(0) + x*R_y - y*R_x \quad y=(R_y/R_x)*x+M(0)/R_x = \tan\beta*x + M(0)/R_x$									
		$\tan \beta = R_y/R_x$:	0,31105225	arctan:	0,30157		Winkel β [$^\circ$]:		17,28
Tangenten an die Ellipse		Normalform:	$y =$	0,31105	$x +$	0,570			
		Achsabschnittsform:	1=	$x/$	-1,831	$+y/$	0,570		
Resultierende Orbitalgeschwindigkeiten auf rotierter elliptischer Orbitalbahn über der Wassertiefe d0.III.									
Vektoraddition für Phasensprung $\Delta\varphi=126,86^\circ$ entsprechend der Böschungsneigung $\alpha=26,57^\circ$.									
Bezugspunkt = Koordinatenursprung (0) = Kreismittelpunkt. Stützpunktwinkelabstand : 45° .									
Stützpunkte 2+2' (d0,III)	Stützpunkt- winkel	Umfangsgeschwindigkeiten			Stützpunkt- koordinaten				
		Betrag $\pi D/T$	Komponenten		x_i	y_i	X_{iy}	Y_{ix}	$X_{iy}-Y_{ix}$
Geschwindigkeiten	[$^\circ$]	[m/s]	X_i	Y_i	x_i	y_i	X_{iy}	Y_{ix}	$X_{iy}-Y_{ix}$
i=1, einfallende Welle:	495	$W_{0,III}=1$	0,707	0,707	-0,707	0,707	0,500	-0,500	1,000
i=2, gespiegelte Welle:	278,14	$W_{2,III}=W_{0,III}/1,97$	0,502	0,072	0,072	-0,502	-0,252	0,005	-0,257
Summe R_x bzw. R_y bzw. Momentenanteile:			1,209	0,779	1,438		0,248	-0,495	0,743
Quadrate:			1,462	0,607					
Quadratsumme QS:			2,068						
Wurzel QS = Resultierender Betrag R:			1,438						
Moment $M(0)$ = Summe ($X_i*y_i - Y_i*x_i$):							0,743		
Hebel= M/R :							0,517		
Gleichung der Resultierenden : $0 = M(0) + x*R_y - y*R_x \quad y=(R_y/R_x)*x+M(0)/R_x = \tan\beta*x + M(0)/R_x$									
		$\tan \beta = R_y/R_x$:	0,64424723	arctan:	0,57232		Winkel β [$^\circ$]:		32,79
Tangenten an die Ellipse		Normalform:	$y =$	0,64425	$x +$	0,615			
		Achsabschnittsform:	1=	$x/$	-0,954	$+y/$	0,615		

Bei landwärts abnehmender Wassertiefe kann am Schnittpunkt IP der Böschungsneigung mit dem Ruhewasserspiegel (Zusammenfall der Randstromlinien von Wasserspiegel und Böschungsneigung) die Spiegelung unter Vorgabe einer fiktiven einfallenden Wellenhöhe vorgenommen werden. Bezogen auf IP (= Koordinatenursprung) sind den zirkularen Orbitalgeschwindigkeiten W_i die an der Neigungsfläche gespiegelten jeweiligen gleichfarbigen (gestrichelt dargestellten) entgegengesetzt drehenden gleichgroßen Geschwindigkeiten W_i' überlagert. Es resultiert eine linear polarisierte Partikelschwingung an der Neigungsfläche mit maximalen Auslenkungen $\pm D_0$ und maximalen Geschwindigkeitsbeträgen $\pm 2W_0$ beim Durchschwingen durch Punkt IP.

Aus der Darstellung ist auch erkennbar, dass im Falle einer um α geneigten Spiegelfläche der Ortsvektor des gespiegelten Punktes auf der Orbitalbahn gegen den vertikalen Ausgangsortsvektor des Geschwindigkeitsvektors W_{01} um den Winkel des Phasensprunges $\Delta\varphi = 180^\circ - 2 \cdot \alpha^\circ$ (Formel 8a) versetzt gefunden wird.

Tab. 2: Zusammenstellung maximaler und minimaler numerischer Orbitalbahndaten für die Spiegelungsachsen I bis IV bezogen auf die naturgroßen Abmessungen des Wellenkanals.

Zusammenstellung numerischer Orbitalbahndaten										
			Spiegelungsachse I							
			Orbitalbahngeschwindigkeiten					Ellipsen-	Wellen-	Bemer-
Indizes	Wasser-	Kreisdurch-	Kreis	maximal		minimal		neigung	höhe	kung
i bzw. n	tiefe	messer	W_i [m/s]	Formel	Betrag [m/s]	Formel	Betrag [m/s]	β°	H H'[m]	
	d_i [m]	D_i [m]								
0	0,000	0,300	0,470	$\pm 1,125W_0$ horizontal	0,529	$\pm 0,875W_0$ vertikal	0,411	0	0,26	Abb.09
1	0,212	0,211	0,333	$\pm 1,25W_1$ horizontal	0,420	$\pm 0,75W_1$ vertikal	0,248	0		
2	0,412	0,152	0,240	$\pm 1,5W_2$ horizontal	0,372	$\pm 0,5W_2$ vertikal	0,120	0	0,076	Abb.08
3	0,626	0,107	0,169	$\pm 2W_3$ horizontal	0,338		0,000	0		Boden
4	0,840	0,075	0,118							
5	1,040	0,054	0,085							
6	1,252	0,038	0,060							
			Spiegelungsachse II							
			Orbitalbahngeschwindigkeiten					Ellipsen-	Wellen-	Bemer-
Indizes	Wasser-	Kreisdurch-	Kreis	maximal		minimal		neigung	höhe	kung
i bzw. n	tiefe	messer	W_i [m/s]	Formel	Betrag [m/s]	Formel	Betrag [m/s]	β°	H H'[m]	
	d_i [m]	D_i [m]								
0	0,000	0,300	0,470	$\pm 1,25W_0$ neigungsparallel	0,588	$\pm 0,75W_0$ neigungslotrecht	0,353	26,57	0,26	Abb.13
1	0,212	0,211	0,333	$\pm 1,5W_1$ neigungsparallel	0,500	$\pm 0,50W_1$ neigungslotrecht	0,166	26,57	0,19	Abb.14
2	0,412	0,152	0,240	$\pm 2W_2$ neigungsparallel	0,480		0,000	26,57		Boden
3	0,626	0,107	0,169							
4	0,840	0,075	0,118							
			Spiegelungsachse III							
			Orbitalbahngeschwindigkeiten					Neigung	Wellen-	Bemer-
Indizes	Wasser-	Kreisdurch-	Kreis	maximal		minimal		höhe	kung	
i bzw. n	tiefe	messer	W_i [m/s]	Formel	Betrag [m/s]	Formel	Betrag [m/s]	β°	H[m]	
	d_i [m]	D_i [m]								
0	0,000	0,300	0,470	$\pm 1,5W_0$ neigungsparallel	0,705	$\pm 0,5W_0$ neigungslotrecht	0,230	26,57	0,245	Abb.15
1	0,212	0,211	0,333	$\pm 2W_1$ neigungsparallel	0,666		0,000	26,57		Boden
2	0,412	0,152	0,240							
			Spiegelungsachse IV							
			Orbitalbahngeschwindigkeiten					Neigung	Wellen-	Bemer-
			linear polarisierte Schwingbewegung					höhe	kung	
Indizes	Wasser-	Kreisdurch-	Kreis	maximal		minimal		höhe	kung	
i bzw. n	tiefe	messer	W_i [m/s]	Formel	Betrag [m/s]	Formel	Betrag [m/s]	β°	H[m]	
	d_i [m]	D_i [m]								
0	0,000	0,300	0,470	$\pm 2,0W_0$ neigungsparallel	0,940			26,57	0	Boden

10. Systematische Betrachtung der Orbitalgeschwindigkeiten und der Wasserspiegel-Auslenkungen ζ in Abhängigkeit von der Seebodenneigung α bzw. des Phasensprunges $\Delta\varphi$ bezogen auf die Wasseroberfläche.

Mit der Absicht, die Gesetzmäßigkeiten des Verfahrens der „exponentiell reduzierten Spiegelung“ (ERR) für den gesamten Bereich infrage kommender Seegrundneigungen zwischen 0° und 90° ($0 \leq \alpha \leq 90$) darzustellen bzw. bezüglich positiver oder negativer Reflexion zu unterscheiden, wird im Folgenden die bereits für die tabellarischen Berechnungen zugrunde gelegte Unterteilung des regulären Wellenzyklus' auf 16 Stützpunkte (Phasenpunkte mit Winkelabständen von $22,5^\circ$) nunmehr generell verwendet.

Damit unterscheidet sich der Unterteilungswinkel nur geringfügig von dem tatsächlichen im Modell untersuchten Böschungswinkel $\alpha = 26,57^\circ$ einerseits und passt damit hinreichend genau zu der Betrachtung der nachfolgend beabsichtigten systematischen Untersuchung von Böschungsneigungen mit dem Vielfachen von $22,5^\circ$. Dementsprechend werden neben dem in Abb.18 behandelten Phasensprung $\Delta\varphi = 135^\circ$ ($\alpha = 22,5^\circ$) noch die Phasensprünge $\Delta\varphi = 90^\circ$ ($\alpha = 45^\circ$) und $\Delta\varphi = 45^\circ$ ($\alpha = 67,5^\circ$) sowie deren Einordnung zwischen den theoretischen Grenzbedingungen der positiven und negative Clapotis näher betrachtet. Aus Gründen der Vergleichbarkeit wird dabei jeweils der Bezug zu den bisher verwendeten Schichttiefen und den zugehörigen zu überlagernden Orbitalkreisdurchmessern *beibehalten*. Dementsprechend ändert sich die Gestalt der bisher ermittelten Ellipsen (repräsentiert durch die Längen ihrer Achsen) nicht, während die lange Hauptachse jeweils die Neigung des Meeresbodens (bzw. der (vertikalen) Randstromlinie) annimmt.

Die in Tabelle 2 angegebenen Extremwerte der Orbitalgeschwindigkeiten sind somit auch für die betrachteten steileren Böschungen gültig.

Zusätzlich zu den mit der Wassertiefe (Spiegeltiefe) veränderlichen elliptischen Orbitalgeschwindigkeiten, werden nachfolgend die von den jeweiligen Phasenverschiebungen verursachten Profilveränderungen an der Wasseroberfläche ermittelt.

Die Berechnung wurde (auch) hier für die Orbitalvektoren und deren Tangenten bezüglich des Koordinatenursprungs tabellarisch durchgeführt. Nur die Eintragung der Ellipsentangenten und die Einpassung der Ellipse unterliegt somit der geringen zeichnerischen Ungenauigkeit. Abweichend von der oben verwendeten farblich gleichen Kennzeichnung der gespiegelten Vektoren wird eine solche hier - bedingt durch die größere Unterteilung des Wellenzyklus' auf 16 Phasenpunkte - für die Vektorpaare mit gleichgroßen Beträgen und entgegengesetzten Richtungen verwendet; beispielsweise schwarz für die mit 2 und 10 bezeichneten Orbitalvektoren, vergl. Abb. 17.

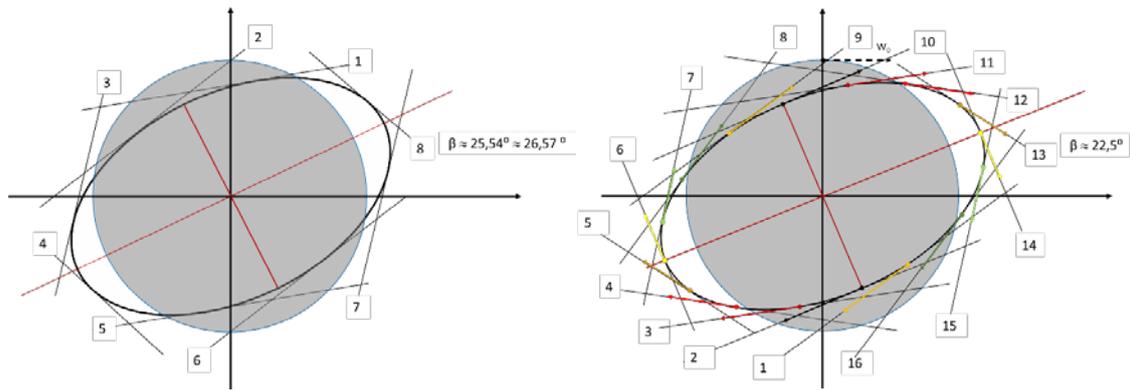
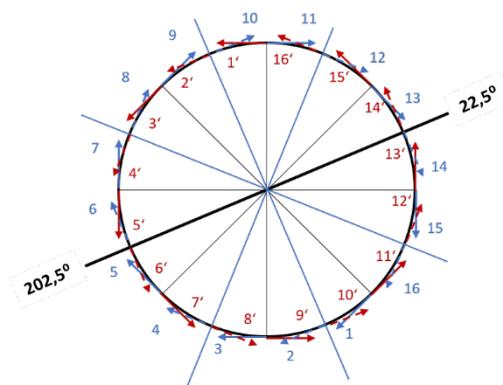
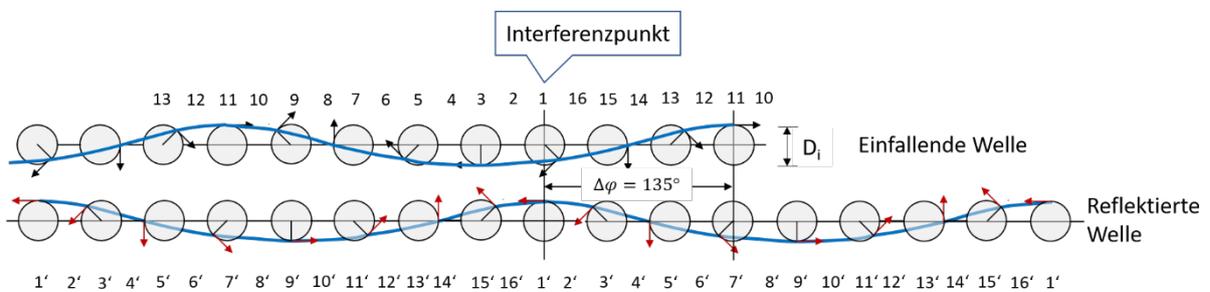


Abb.17: Vergleich der nur geringfügig unterschiedlichen elliptischen Orbitalbahnen an der Oberfläche bei Position $d_{0,II}$. Links: entsprechend der auch im hydraulischen Modell vorhandene Bodenneigung $26,57^\circ$ basierend auf 8 Phasenpunkten (Abb.13) und rechts bezüglich der wenig davon abweichenden Bodenneigung $22,5^\circ$ basierend auf 16 Phasenpunkten.

Vergleichbar den Darstellungen der Abbildungen 6, 7 und 18 wird im Folgenden die Betrachtung bezüglich der kontinuierlichen Wassertiefenabnahme entsprechend der Seebodenneigung $\alpha = 22,5^\circ$ (1:n= 1:2,414) exemplarisch zunächst für die Schichttiefen $d_{2,II} = 0,412m$ bzw. $d_{1,III} = 0,212m$ in Abb.18 dargestellt, wo jeweils infolge der Überlagerung zweier gleichgroßer entgegengesetzt drehender Orbitalkreise linear polarisierte Schwingbewegungen parallel zur Böschungsneigung stattfinden. Für die Untersuchung der Interferenz, die aus der Neigung der Böschung $\alpha = 22,5^\circ$ ($< 26,57^\circ$) resultiert, ergibt die Formel (8a) die Phasendifferenz

$$\Delta\varphi = 180^\circ - 2 \cdot 22,5^\circ = 135^\circ.$$



Vektor	Betrag	Richtung
1+1'	-1,85W	202,5°
2+2'	-2W	202,5°
3+3'	-1,85W	202,5°
4+4'	-0,767W	202,5°
5+5'	-0,767W	202,5°
6+6'	±0	
7+7'	+0,767W	22,5°
8+8'	+0,767W	22,5°
9+9'	+1,85W	22,5°
10+10'	+2W	22,5°
11+11'	+1,85W	22,5°
12+12'	+0,767W	22,5°
13+13'	+0,767W	22,5°
14+14'	±0	
15+15'	-0,767W	202,5°
16+16'	-0,767W	202,5°
1+1'	-1,85W	202,5°

Abb. 18: Die horizontale Spiegelung mit *Phasensprung* $\Delta\varphi = 135^\circ$ ($>126,86^\circ$) ergibt eine linear polarisierte Schwingung am Boden in den Schichttiefen $d_{2,II} = 0,412\text{m}$ und $d_{1,III} = 0,212\text{m}$ unter der Neigung $202,5^\circ$ bzw. $22,5^\circ$ ($< 26,57^\circ$) bezogen auf die Horizontale.

Die rechnerische Addition der Geschwindigkeitsvektoren auf dem dargestellten Orbitalkreis erfolgt wiederum analog derjenigen der bereits oben behandelten Phasendifferenzen (Phasensprünge) unter Berücksichtigung des betreffenden Drehwinkels der reflektierten gegenüber der einfallenden Orbitalvektoren der Welle. Somit ergibt sich für alle durchlaufenen Schwingungsphasen eines Wellenzyklus am Boden das erwartete Ergebnis einer linear polarisierten Schwingung unter dem Winkel der Strömungsberandung mit dem Winkel gemäß Formel (8b) zu

$$\alpha = 90^\circ - 0,5\Delta\varphi = 22,5^\circ (\text{bzw. } 202,5^\circ), \text{ vergl. Tabelle in Abb.18.}$$

11. Analytische Behandlung des Phasensprunges in Abhängigkeit von der veränderlichen Böschungsneigung

Unter Berücksichtigung der der Böschungsneigung α entsprechenden Phasendifferenz $\Delta\varphi$ einerseits und der exponentiell reduziert gespiegelten Orbitalkreisdurchmesser andererseits, können die resultierenden Wasserspiegelauslenkungen ζ_{res} und die Beträge W_i der sich auf der Ellipse bzw. auf der linear polarisierten Orbitalbahn ändernden Orbitalgeschwindigkeiten auch formal durch Überlagerung entsprechend phasenverschobener Kosinus-funktionen (vorteilhaft unter Verwendung der Tabellenrechnung) ermittelt werden, vergl. Abbildungen 19 bis 23. Dabei wird auch hierfür die zirkulare Orbitalbewegung des tiefen Meeres (der einfallenden Welle) vorausgesetzt und somit im Sinne einer Normierung als Maßstab wie folgt verwendet:

- Betrag der zirkularen Orbitalgeschwindigkeit $W_{circ} = 1$ (= konst.)
- Wellenhöhe $H = 1$ mit Wasserspiegelauslenkungen $-0,5 \leq \zeta_{circ} \leq +0,5$

Dem Konzept der ERR folgend, ergeben sich die resultierenden Wasserspiegelauslenkungen $\zeta(d0.i)$ (mit $I \leq i \leq IV$) aus den Summen der einfallenden und der phasenverschobenen exponentiell reduziert gespiegelten Orbitalkreisdurchmesser. Und die resultierenden Orbitalgeschwindigkeitsbeträge $W(d0.i)$ werden aus den Komponentensummen der einfallenden und der phasenverschobenen exponentiell reduziert gespiegelten Geschwindigkeiten ermittelt.

Die hier als dimensionslose Größen von Einheitsfunktionen erhaltenen Ordinatenwerte können am Ende entsprechend den oben spezifizierten Angaben in dimensionsbehaftete Wellenhöhen bzw. Orbitalgeschwindigkeiten umgerechnet werden, vergl. auch Tab.2.

Um den Effekt des Phasensprunges für den gesamten Bereich praktisch vorkommender Böschungsneigungen bezüglich der Wasserspiegelauslenkungen, der Orbitalgeschwindigkeitsbeträge und der Orbitalbahnen abzuschätzen, werden mit den nachfolgenden 5 Abbildungen die Ergebnisse derartiger Berechnungen für die Böschungsneigungen $\alpha = 0^\circ$, $\alpha = 22,5^\circ$, $\alpha = 45^\circ$, $\alpha = 67,5^\circ$ und $\alpha = 90^\circ$ im Vergleich zur Einheits-Tiefwasserwelle dargestellt.

Darin sind jeweils 5 auf den Wellenzyklus bezogene Funktionen für die resultierenden Wasserspiegelauslenkung $\zeta(d0.i)$ und die resultierenden Orbitalgeschwindigkeitsbeträge $W(d0.i)$ enthalten sowie im Vergleich zur zirkularen Orbitalbahn der spezifizierten Einheits-Tiefwasserwelle exemplarisch näherungsweise jeweils die zu $\zeta(d0.III)$ gehörige elliptische und die zu $\zeta(d0.IV)$ gehörige linear polarisierte Orbitalbahn am Wasserspiegel.

Die einzelnen Funktionen beziehen sich dabei prinzipiell örtlich auf die Schnittpunkte der bezeichneten Spiegelungsachsen mit dem Ruhewasserspiegel und zwar derart, dass sie bei geneigter Randstromlinie die (betreffenden) Änderungen mit zunehmender Annäherung an den Schnittpunkt IP des Ruhewasserspiegels mit der Böschungsneigung erkennen lassen. Mit der Begründung, dass die Durchmesser der beteiligten Orbitalkreise nur von der Wassertiefe abhängen, werden aber bei der hier durchgeführten Analyse für alle gewählten Spiegeltiefen ξ - statt der oben genannten Schnittpunkte der Spiegelungsachsen mit dem RWS - die Wasserspiegelpunkte, die *senkrecht* über dem Schnittpunkt des Bodens mit der jeweiligen Spiegelungsachse liegen, als Bezugspunkte angesehen.

Um zusätzlich eine unverzerrte Einfügung der auf den Wasserspiegel bezogenen Orbitalbahnen in die Graphen der berechneten Wasserspiegelauslenkungen zu ermöglichen, wurde der vertikale Maßstab der Wasserspiegelauslenkungen auch (näherungsweise) bezüglich der horizontalen Koordinatenachse angewandt.

Während in den einzelnen Grafiken die betrachteten Parameter W_i , ζ_i und die zugehörigen Orbitalbahnen nur jeder jeweils separat bezogen auf den gesamten Wellenzyklus besprochen werden, kann nachfolgend auch zwischen den 5 gleichartigen Parametern der 5 Böschungsneigungen eine relative Betrachtung vorgenommen werden.

Besonders zu beachten ist aber, dass das verwendete Präsentationsverfahren (vorerst) keine phasenkongforme Darstellung der Funktionen $W_i(\beta)$ und $\zeta_i(\beta)$ wiedergibt. In Wirklichkeit treten die *Minima* der Orbitalgeschwindigkeitsbeträge W_i phasengleich mit den Extremwerten der Wasserspiegelauslenkungen ζ_i auf und der *Vorzeichenwechsel* der Wasserspiegelauslenkungen erfolgt jeweils gleichphasig mit den *Maxima* der Orbitalgeschwindigkeitsbeträge. D.h., bei allen Neigungen sollten die Funktionen der Orbitalgeschwindigkeitsbeträge $W_i(\beta)$ im Wellenzyklus um 90° in Richtung kleinerer oder größerer β -Werte (nach links, bzw. rechts) verlagert erscheinen, was bei der vergleichenden Betrachtung aller 5 Abbildungen zu berücksichtigen ist.

Eine geschlossene analytische Formulierung, die dieser Korrektur nicht bedarf, soll ggf. einem weiteren Artikel vorbehalten bleiben.

Bei der vergleichenden Betrachtung können die in den Abbildungen 19 und 23 enthaltenen theoretischen Grenzfälle der vorliegenden positiven bzw. negativen Clapotis ggf. vorangestellt betrachtet werden.

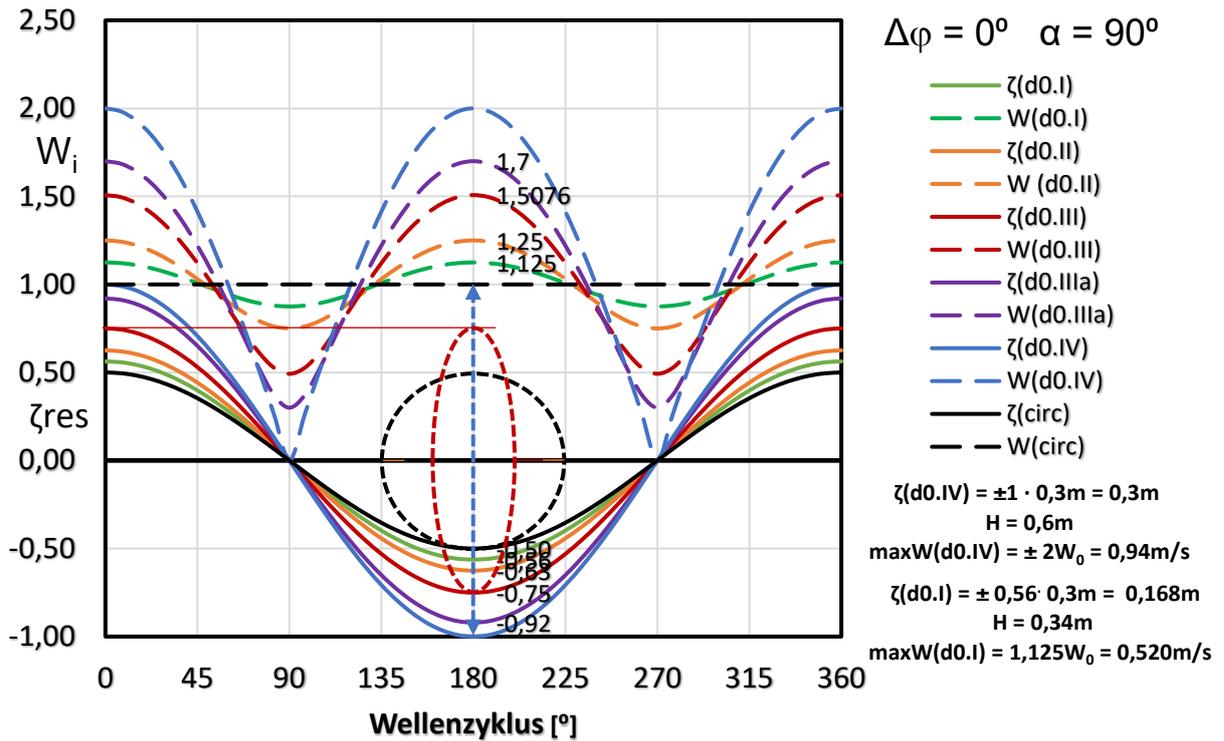


Abb. 19: Einheits-Orbitalgeschwindigkeitsbeträge $W(d0.IV)$ und Einheits-Wasserspiegelauslenkungen $\zeta(d0.IV)$ für den Wellenzyklus einer positiven Clapotis über Tiefwasser ($d \geq L/2$) für die Spiegeltiefe $\xi = 0,0m$ (d0.IV) sowie von 4 partiell positiv reflektierten Wellen $\zeta(d0.IIIa)$, $\zeta(d0.III)$, $\zeta(d0.II)$, $\zeta(d0.I)$ für die Spiegeltiefen 0,106m, 0,212m, 0,412m und 0,626m, sowie die oben genannten zugehörigen Orbitalbahnen.

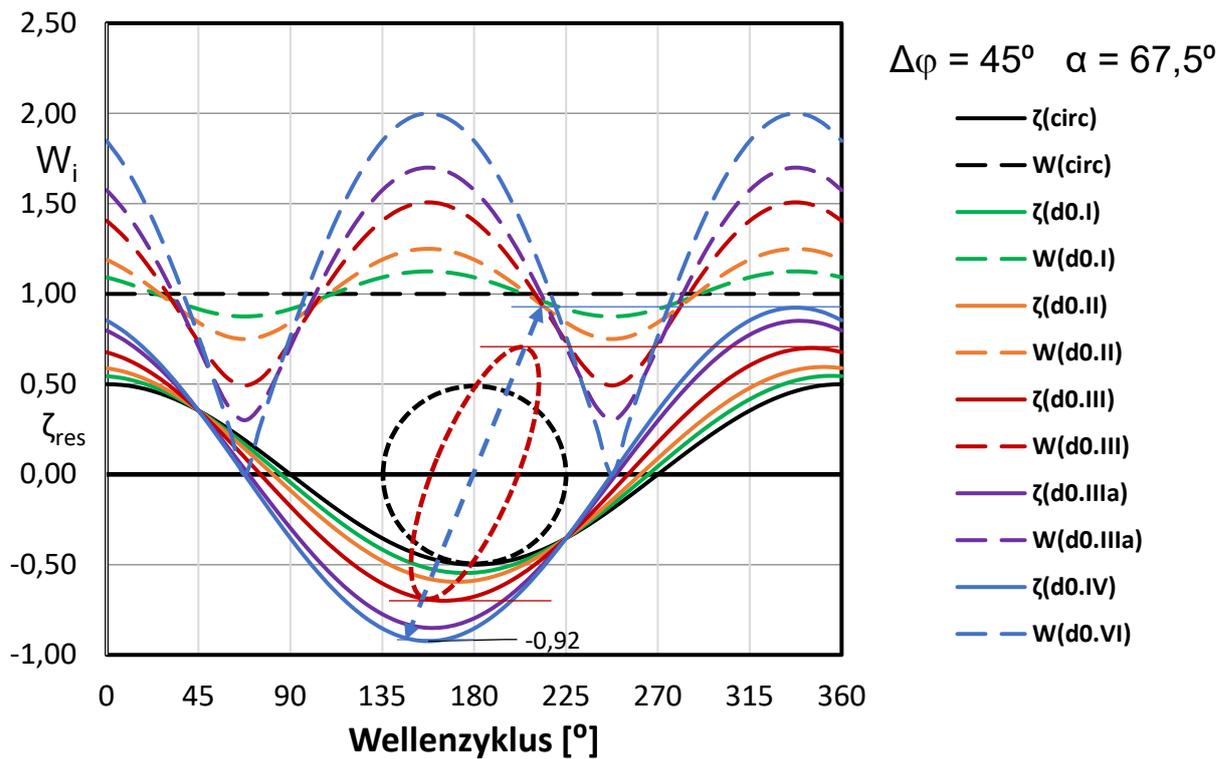


Abb.20: Einheits-Orbitalgeschwindigkeitsbeträge W und Einheits-Wasserspiegelauslenkungen ζ für den Wellenzyklus partiell positiv reflektierter Wellen über einer *ebenen Böschung der Neigung $\alpha = 67,5^\circ$* für abnehmende Wassertiefen von d0.I bis d0.IV. *Orbitalbahnen* exemplarisch bezüglich Tiefwasser (schwarz) und der Spiegeltiefen d0.III (rot) und d0.IV (blau).

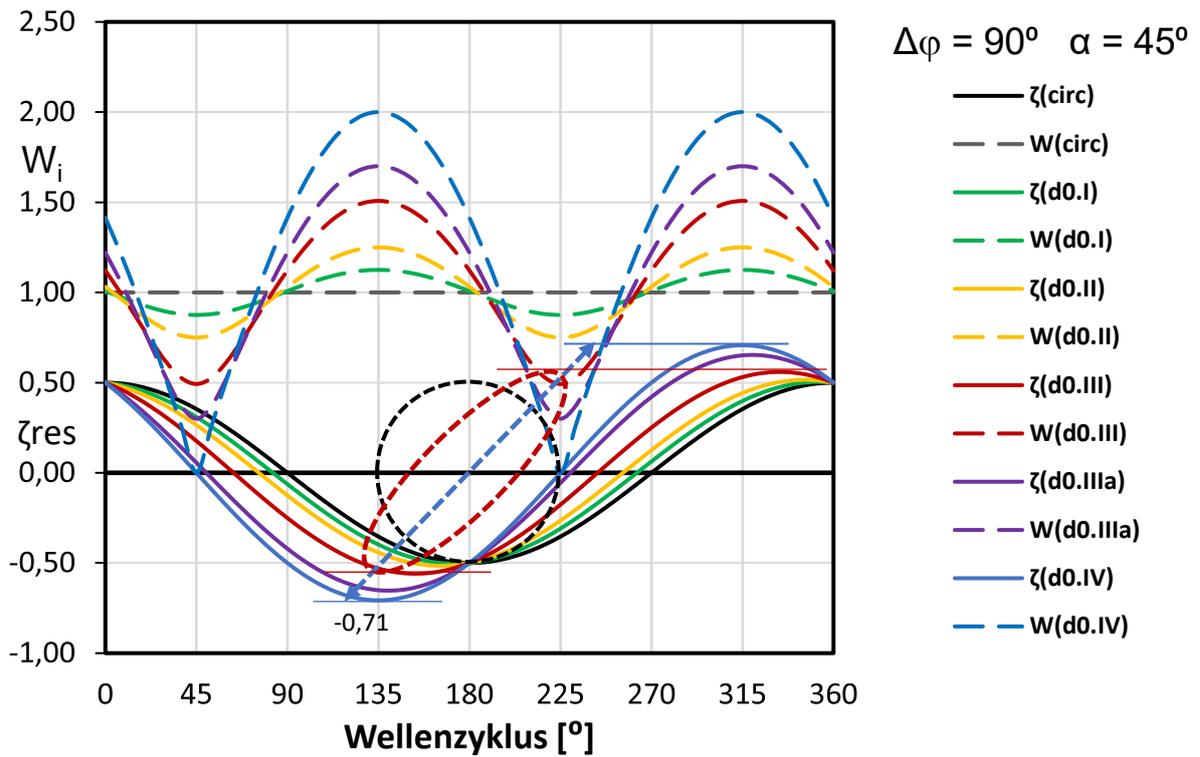


Abb. 21: Einheits-Orbitalgeschwindigkeitsbeträge W und Einheits-Wasserspiegelauslenkungen ζ für den Wellenzyklus einer partiell stehenden Welle über einer *ebenen Böschung der Neigung $\alpha = 45^\circ$* für abnehmende Wassertiefen von d0.I bis d0.IV. Orbitalbahnen exemplarisch bezüglich Tiefwasser und der Wassertiefen d0.III und d0.IV.

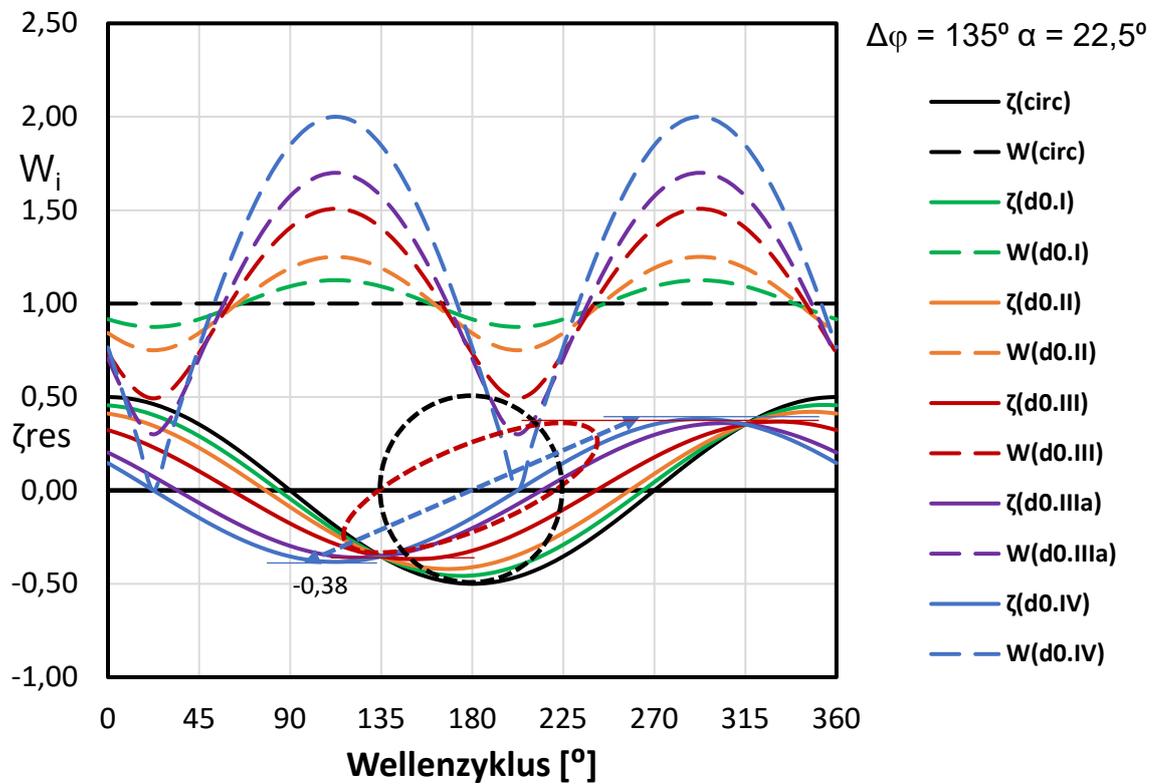


Abb. 22: Einheits-Orbitalgeschwindigkeitsbeträge W und Einheits-Wasserspiegelauslenkungen ζ für den Wellenzyklus einer partiell *negativ* reflektierten Welle über einer *Böschung der Neigung* $\alpha = 22,5^\circ$ für abnehmende Wassertiefen von d0.I bis d0.IV. Orbitalbahnen exemplarisch bezüglich Tiefwasser und der Wassertiefen d0.III und d0.IV.

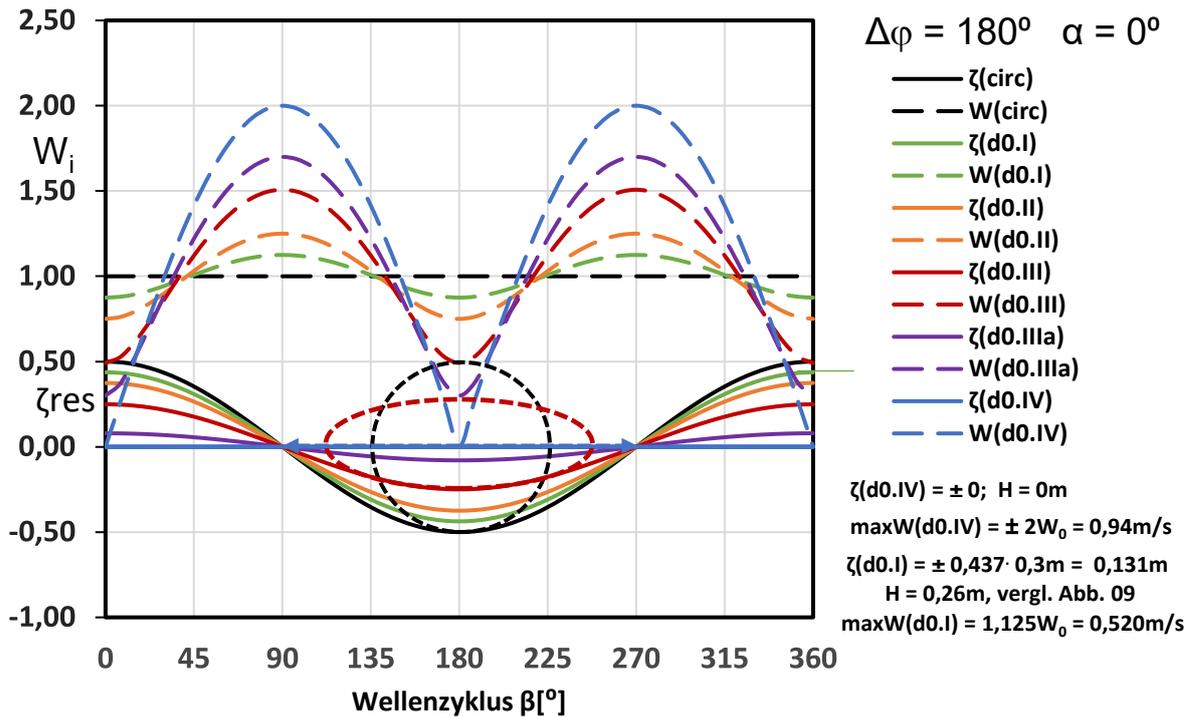


Abb. 23: Einheits-Orbitalgeschwindigkeitsbeträge $W(d0.IV)$ und Einheits-Wasserspiegelauslenkungen $\zeta(d0.IV) = 0$ für den Wellenzyklus der *negativen Clapotis* $\zeta(d0.IV) = 0$ für die Spiegeltiefe $\xi = 0,0m$ (d0.IV) sowie von 4 partiell negativ reflektierten Wellen $\zeta(d0.IIIa)$, $\zeta(d0.III)$, $\zeta(d0.II)$, $\zeta(d0.I)$ für die Spiegeltiefen 0,106m, 0,212m, 0,412m und 0,626m über ebenem Boden, sowie die oben genannten zugehörigen Orbitalbahnen, vergl. Abb. 12

Bei der Kommentierung der dargestellten Funktionen ist besonders zu beachten, dass ausschließlich die Orbitalbewegungen an der Wasseroberfläche (der Schichttiefe $d_{0,i}$) dargestellt sind.

Den in den Abbildungen 19 bis 23 verwendeten Wassertiefen $d_{0,i}$ sind zur Erkundung des Einflusses der Spiegeltiefe ξ auf die Wellenhöhe (insbesondere über geneigten Randstromlinien) im Folgenden die zu den Spiegelungsachsen I bis IV am Wasserspiegel gehörigen Wassertiefen/Spiegeltiefen im Modell wie folgt gegenübergestellt.

Zugeordnete Wassertiefe von	Spiegeltiefe ξ [m]
d0.IV	0,00
d0.IIIa	0,106
d0.III	0,212
d0.II	0,412
d0.I	0,626

Generell gilt für alle gewählten Neigungen, dass die *maximalen* Schwingungsamplituden bei den *linear polarisierten Schwingungen* im Falle der Spiegeltiefe $\xi = 0$ parallel zur jeweiligen Neigung auftreten.

Im Falle der positiven Clapotis (PC), Abb. 19, betrifft dies die transversale Partikelbewegung an

der vertikalen Wand bezogen auf (den Punkt) IP. Hierfür sind die betreffenden Funktionen ζ und W in Abhängigkeit vom Parameter der Schichttiefe d_0 .IV bezeichnet.

Werden größere Spiegeltiefen ξ gewählt, entstehen rotierte Ellipsen, deren Achsen senkrecht zur vertikalen Wand auf Kosten der wandparallelen Achsen anwachsen bis die zirkulare Orbitalbewegung der einfallenden Vergleichswelle erreicht ist.

Dieses Ergebnis wird plausibel, wenn zunehmende Entfernungen von der vertikalen Wand bzw. vom Schwingungsbauch betrachtet werden. Die Amplituden der Wasserspiegelauslenkungen ζ nehmen von ± 1 der reinen Transversalschwingung auf $\pm 0,5$ der zirkular polarisierten Schwingung ab und die im Schwingungszyklus jeweils zweimal auftretenden maximalen und minimalen Beträge der Orbitalgeschwindigkeiten verändern sich von $W = 2$ bzw. $W = 0$ auf die konstante zirkulare Orbitalgeschwindigkeit $W = 1$.

Exemplarisch ist in Abb.19 einerseits die elliptische Orbitalbahn für $\zeta(d_0$.III) gezeigt und andererseits sind für $\zeta(d_0$.IV) und für $\zeta(d_0$.I) unter Verwendung der o.a. Umrechnungsdaten die zugehörigen Wellenhöhen H [m] und die maximalen Orbitalgeschwindigkeiten W [m/s] angegeben. Für die Funktionen $\zeta(d_0$.IIIa) bis $\zeta(d_0$.I) kann von partiell stehenden positiven Clapotis-Wellen gesprochen werden, da auch ihre zwei Schwingungsknoten mit horizontalem Abstand von $\Delta\beta = 180^\circ$ im Wellenzyklus auf der Höhe des RWS liegen.

Demgegenüber ist der theoretischen negativen Clapotis (NC), Abb.23, eine linear polarisierte horizontale Longitudinalschwingung mit variablen Geschwindigkeiten am Boden mit um $W = 1$ schwankenden Beträgen zwischen 0 und 2 zugeordnet. Deren Knotenpositionen (Phasen fehlender Geschwindigkeit) sind im Schwingungszyklus (als Punkte der Richtungsumkehr) zunächst nicht erkennbar, da die Wasserspiegelauslenkungen (definitionsgemäß) über den gesamten Schwingungszyklus verschwinden, $\zeta(d_0$.IV) = 0.

Werden analog zur positiven Clapotis größere Spiegeltiefen ξ gewählt, entstehen hier Ellipsen, deren lange Achsen parallel zur Neigung zugunsten der dazu vertikal anwachsenden Achsen schrumpfen bis die Orbitalbewegung der zirkular polarisierten einfallenden Vergleichswelle erreicht ist.

Dieses Ergebnis wird plausibel, wenn *umgekehrt* von der zirkularen, aus dem Tiefwasser einfallenden Kosinuswelle ausgegangen wird, die in ein Gebiet abnehmender Wassertiefe bis auf $\zeta(d_0$.IV) = 0 bei IP gelangt. Dann verformen sich die Orbitalbahnen zunächst zu den beschriebenen Ellipsen mit neigungssenkrecht abnehmenden und neigungsparell zunehmenden Achsen bis bei IP die linear polarisierte Schwingbewegung (vergleichbar der nach dem Wellenbrechen vorhandenen Waschbewegung) vorliegt. Die im Schwingungszyklus jeweils zweimal auftretenden maximalen und minimalen Beträge der Orbitalgeschwindigkeiten verändern sich von $W = 2$ bzw. $W = 0$ auf die konstante zirkulare Orbitalgeschwindigkeit $W = 1$.

Exemplarisch ist in Abb.23 einerseits die elliptische Orbitalbahn für $\zeta(d_0$.III) gezeigt und andererseits sind für $\zeta(d_0$.IV) und für $\zeta(d_0$.I) unter Verwendung der o.a. Umrechnungsdaten die zugehörigen Wellenhöhen H [m] und die maximalen Orbitalgeschwindigkeiten W [m/s] angegeben.

Für die Funktionen $\zeta(d0.IIIa)$ bis $\zeta(d0.I)$ kann ebenfalls von *partiell* stehenden hier jedoch *negativen* Clapotis-Wellen gesprochen werden, da auch ihre zwei Schwingungsknoten mit horizontalem Abstand von $\Delta\beta = 180^\circ$ im Wellenzyklus auf der Höhe des RWS liegen.

Der *Übergang* von der positiven Totalreflexion (Abb.19) zur negativen Totalreflexion (Abb.23) infolge abnehmender Böschungsneigungen wird näherungsweise durch gleichartige Berechnungen für die Neigungswinkel $\alpha = 67,5^\circ$, $\alpha = 45^\circ$ und $\alpha = 22,5^\circ$ in den Abbildungen 20, 21 und 22 dokumentiert.

Wie in den obigen Fällen wird Bezug genommen auf die *Verlagerung der Funktionen* der Orbitalgeschwindigkeitsbeträge W , der Wasserspiegelauslenkungen ζ und die Veränderungen der Orbitalbahnen.

- Die Funktionen der *Orbitalgeschwindigkeitsbeträge* $W(\beta)$ sowie der *Wasserspiegelauslenkungen* $\zeta(\beta)$ verlagern sich pro Abnahmerate der Böschungsneigung $\Delta\alpha = 22,5^\circ$ um den zahlenmäßig gleichgroßen Phasenwinkel im Wellenzyklus $\Delta\beta = 22,5^\circ$, sodass sich insgesamt zwischen positiver und negativer Clapotis der Phasenunterschied von 90° ergibt.
- Als Schwingungsknoten sind (hier) Punkte ζ_k im Schwingungszyklus definiert, deren Koordinaten in allen für eine bestimmte Neigung berechneten Funktionen $\zeta(d0.i)$ enthalten sind. Bemerkenswerterweise sind deren Positionen paarweise sowohl horizontal als auch vertikal von der vorgegebenen geneigten Randstromlinie abhängig, vergl. Tabelle 3 und Abb. 24.

Tabelle 3: Schwingungsknoten 1 und 2 mit horizontalem Phasenwinkelabstand $\Delta\beta = 180^\circ$ sowie vom Böschungsneigungswinkel α abhängige wechselseitig positive bzw. negative Abweichungen vom Ruhewasserstand für Böschungsneigungen $0 \leq \alpha \leq 90^\circ$.

$\alpha [^\circ]$	$\Delta\varphi [^\circ]$	1.Knoten		2.Knoten	
		$\beta [^\circ]$	$\zeta_{k1}(\beta)$	$\beta [^\circ]$	$\zeta_{k2}(\beta)$
90	0	90	0	270	0
78,75	22,5	67,5	0,19	247,5	-0,19
67,5	45	45	0,354	225	-0,354
56,25	67,5	22,5	0,46	202,5	-0,46
45	90	0	0,5	180	-0,5
45	90	360	0,5	180	-0,5
33,75	112,5	337,5	0,46	157,5	-0,46
22,5	135	315	0,354	135	-0,354
11,25	157,5	292,5	0,19	112,5	-0,19
0	180	270	0	90	0

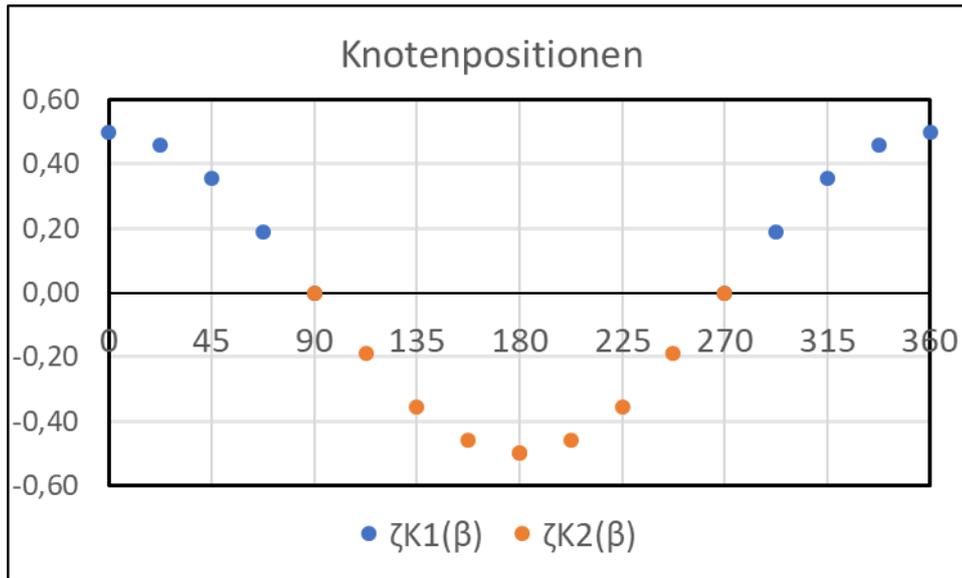


Abb. 24: Knotenpositionen relativ zum Ruhewasserspiegel an Böschungsneigungen $0 \leq \alpha \leq 90^\circ$.

- Im Gegensatz zu den oben besprochenen positiven und negativen Clapotis-Wellen im Wellenzklus (am Wasserspiegel) im Abstand von $\Delta\beta = 180^\circ$ vorhandenen Schwingungsknoten, vergl. Abb. 19 und 23, weichen benachbarte Knoten bei den in den Abb. 20 bis 22 dargestellten partiell stehenden Wellen *im Wechsel* negativ und positiv um gleiche Beträge vom Ruhewasserspiegel ab. Dies umso mehr je näher die betreffende Neigung dem Böschungswinkel $\alpha = 45^\circ$ kommt. Bei letzterem werden die maximalen Knotenabweichungen $\zeta_k = \pm 0,5$ erreicht, welches dem Radius der einfallenden zirkularen Welle entspricht.
- Im Falle der PC betreffen die Knotenkoordinaten *nicht vorhandene (vertikale) Wasserspiegelauslenkungen* und im Falle der NC *nicht vorhandene (horizontale) Orbitalgeschwindigkeit* in der Randstromlinie.
- Die Knoten von partiell negativ stehenden Wellen sind Beträgen der Orbitalgeschwindigkeiten mit $W \geq 1$ ausgesetzt und diejenigen partiell positiver Wellen weisen Orbitalgeschwindigkeitsbeträge $W < 1$ auf.

12. Auf den Naturmaßstab skalierte Wellenhöhen H der Funktionen ζ (d0.I) bis ζ (d0.IV) für die Neigungswinkel $\alpha = 67,5^\circ$, $\alpha = 45^\circ$ und $\alpha = 22,5^\circ$.

Die nachfolgenden Tabellen enthalten die für die graphische Darstellung erforderlichen numerischen Parameter.

Tab. 4: *Maximalamplituden* ζ_{\max} der resultierenden Einheits-Wasserspiegelauslenkungen $\zeta(d0.i)$ bezüglich aller 5 untersuchten Neigungswinkel α .

$\zeta(d0.i)$	0°	22,5°	45°	67,5°	90°
$\zeta(d0.IV)$	0	0,38	0,71	0,92	1
$\zeta(d0.IIIa)$	0,08	0,36	0,65	0,85	0,92
$\zeta(d0.III)$	0,25	0,37	0,56	0,7	0,75
$\zeta(d0.II)$	0,37	0,42	0,52	0,6	0,63
$\zeta(d0.I)$	0,44	0,46	0,5	0,55	0,56
$\zeta(circ)$	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5

Tab. 5: *Naturgroße* Wellenhöhen als Funktion der Spiegeltiefe $H = f(\xi)$ für die Neigung $\alpha = 67,5^\circ$

$\zeta(d0.i)$	$\xi[m] = d$	Abst. x[m] von IP	ζ_{\max}	H[m]	H/d	d/L
$\zeta(d0.IV)$	0	0,00	0,92	0,55		
$\zeta(d0.IIIa)$	0,1045	0,04	0,85	0,51	4,88	0,03
$\zeta(d0.III)$	0,209	0,09	0,70	0,42	2,01	0,06
$\zeta(d0.II)$	0,418	0,17	0,60	0,36	0,86	0,11
$\zeta(d0.I)$	0,627	0,26	0,55	0,33	0,53	0,17
$\zeta(circ)$			0,50	0,30		

Tab. 6: *Naturgroße* Wellenhöhen als Funktion der Spiegeltiefe $H = f(\xi)$ für die Neigung $\alpha = 45^\circ$

$\zeta(d0.i)$	$\xi[m] = d$	Abst. x[m] von IP	ζ_{\max}	H[m]	H/d	d/L
$\zeta(d0.IV)$	0	0,00	0,71	0,43		
$\zeta(d0.IIIa)$	0,1045	0,10	0,65	0,39	3,73	0,03
$\zeta(d0.III)$	0,209	0,21	0,56	0,34	1,61	0,06
$\zeta(d0.II)$	0,418	0,42	0,52	0,31	0,75	0,11
$\zeta(d0.I)$	0,627	0,63	0,50	0,30	0,48	0,17
$\zeta(circ)$			0,50	0,30		

Tab. 7: Naturgroße Wellenhöhen H als Funktion der Spiegeltiefe ξ
 $H = f(\xi)$ für die Neigung $\alpha = 22,5^\circ$

$\zeta(\text{d0.i})$	$\xi[\text{m}] = d$	Abst. x[m] von IP	ζ_{max}	H[m]	H/d	d/L
$\zeta(\text{d0.IV})$	0	0,00	0,38	0,23		
$\zeta(\text{d0.IIIa})$	0,1045	0,25	0,36	0,22	2,07	0,03
$\zeta(\text{d0.III})$	0,209	0,50	0,37	0,22	1,06	0,06
$\zeta(\text{d0.II})$	0,418	1,01	0,42	0,25	0,60	0,11
$\zeta(\text{d0.I})$	0,627	1,51	0,46	0,28	0,44	0,17
$\zeta(\text{circ})$			0,50	0,30		

In den Abb. 25 und Abb.26 sind die betreffenden Wellenhöhen in Abhängigkeit von der horizontalen Entfernung von IP über der jeweiligen Böschungsneigung dargestellt.

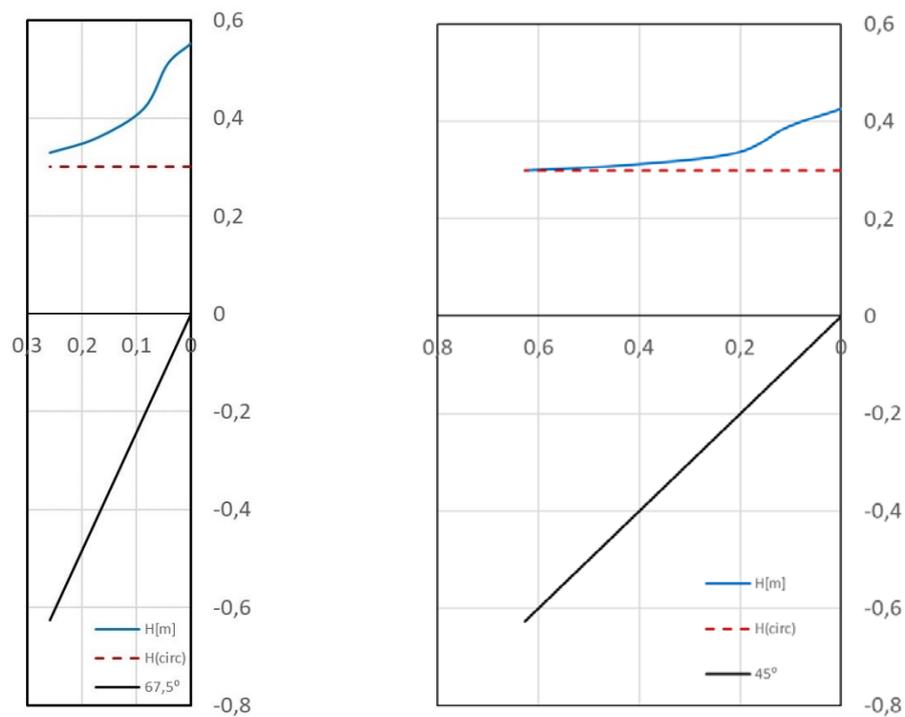


Abb.25: Wellenhöhen H[m] über der Distanz von IP [m] bezüglich der Neigungen $\alpha = 67,5^\circ$ und $\alpha = 45^\circ$ (positive Reflexion).

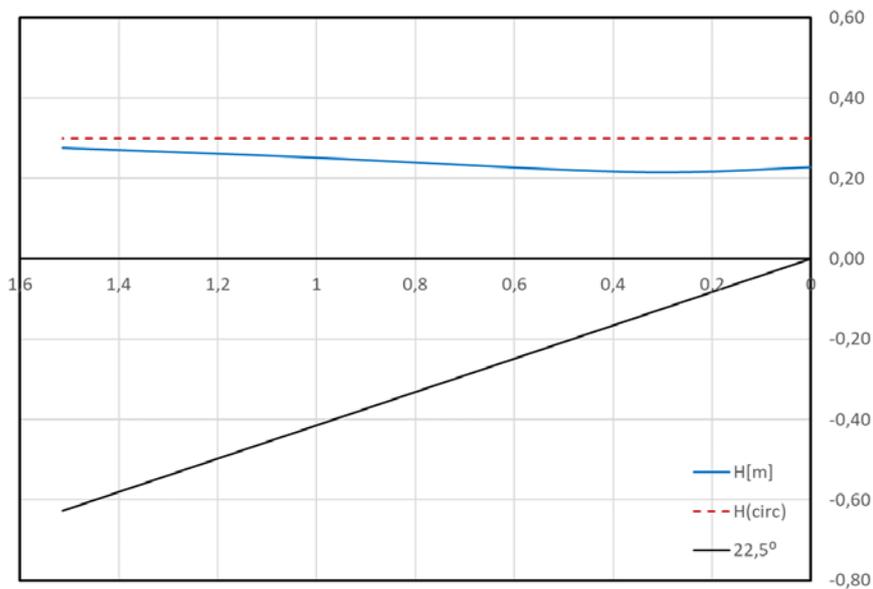


Abb.26: Wellenhöhe H [m] über der Distanz von IP [m] bezüglich $\alpha = 22,5^\circ$ (negative Reflexion).

Da einerseits die WSA ζ_{res} der Positiven Clapotis (PC) für $\alpha = 90^\circ$ bekannt ist, und andererseits das Ergebnis für die negative Clapotis (NC) *keine* WSA liefert, beschränkt sich hier die Darstellung auf den Neigungswinkelbereich dazwischen ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$).

Aus den Darstellungen der Wellenhöhen und den Tabellen 5 bis 7 ist ersichtlich, dass die Reflexionswirkung für die Neigungen $\alpha = 67,5^\circ$ und $\alpha = 45^\circ$ mit *zunehmender* Entfernung von IP rapid abnimmt, wohingegen sie bei der Neigung $\alpha = 22,5^\circ$ im Wesentlichen zunimmt. Die Wellenhöhe der Vergleichswelle $H = 1$ ($\zeta = \pm 0,5$) für Tiefwasser wird indessen im untersuchten Abstandsbe- reich nur für die Böschungsneigung $\alpha = 45^\circ$ *annähernd* erreicht. Dagegen ist an der Neigung $\alpha = 22,5^\circ$ eine wesentlich größere Distanz vom Bauwerk erforderlich, bis zu der die Höhe $H_{(circ)}$ der einfallenden Tiefwasserwelle erreicht wird.

Demnach kann unterstellt werden, dass die maximale WSA ζ_{res} bzw. Wellenhöhen $H \geq H_{circ}$ an Neigungen $\alpha \geq 45^\circ$ der *positiven* Reflexion zuzuordnen sind, vergl. Abb.25. An der Neigung $\alpha = 22,5^\circ$ ($\Delta\varphi = 135^\circ$) ist die Reflexion indessen *negativ* mit der Wellenhöhe $H < H_{circ}$, vergl. Abb.26.

Eine eingehendere Diskussion unter Einbeziehung der veränderten Knotenpositionen (vergl. Tabelle 3) wird hier vorerst nicht vorgenommen.

13. Betrag und Phase komplexer Reflexionskoeffizienten

Zusammengefasst lässt sich die Bedeutung des Phasensprunges $\Delta\varphi$ unterschiedlich geneigter Strömungsberandungen auch aus Zeigerdiagrammen (in der Gauß'schen Zahlenebene) für den komplexen Reflexionskoeffizienten $\Gamma = C_r e^{i\Delta\varphi}$ erkennen. Diese wurden auf der Grundlage der oben berechneten resultierenden Funktionen $\zeta_{res}(d0.i, \beta)$ in Abhängigkeit von Formel (6a) für die Phasenverschiebung $\Delta\varphi = 180^\circ - 2\alpha$ ermittelt.

Derartige Diagramme sind einerseits bezüglich des Grenzfalles der linear polarisierten Schwingbewegungen in den unterschiedlich geneigten Randstromlinien dargestellt, wobei - hinsichtlich der ERR Bezug genommen wird auf den jeweiligen Schnittpunkt IP der geneigten Berandung des Strömungsfeldes mit dem Ruhewasserspiegel (d0.IV = Spiegeltiefe $\xi = 0$).

Dabei ergeben sich für die Neigungen $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ die Beträge aus $C_r = 1 \cdot \cos \Delta\varphi$ negativ für Böschungswinkel $0^\circ \leq \alpha < 45^\circ$ und positiv für $45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$.

Das markante Ergebnis lautet also:

Für idealglatte Böschungsneigungen ergeben sich *theoretische* komplexe Reflexionskoeffizienten, die nur von der vorgewählten Böschungsneigung α abhängig sind.

Die im Modell untersuchte Böschungsneigung $\alpha = 26,57^\circ$, entsprechend der Phasenverschiebung $\Delta\varphi = 126,87^\circ$, tritt zusammen mit dem Betrag $C_r = 1 \cdot \cos \Delta\varphi = 1 \cos 126,87^\circ = -0,60$ auf, vergl. Abb 27.

Für weiter entfernte Positionen von IP (*mit elliptischen Orbitalbahnen*) wurden *exemplarisch* die Funktionen $\zeta(d0.III)$ gewählt, wo bezüglich der Oberfläche das Verhältnis der Orbitalkreisdurchmesser $D_2/D_0 = 0,152/0,3 \approx 0,5$ beträgt. Demnach sind hier die Beträge C_r des CRC nur noch etwa halb so groß, also $C_r = 0,5 \cdot \cos \Delta\varphi$. Für beide Fälle sind exemplarisch die markanten Realteile des CRC für die Phasendifferenzen für $\Delta\varphi = 0^\circ$, $\Delta\varphi = 45^\circ$, $\Delta\varphi = 90^\circ$ ($\alpha = 45^\circ$), $\Delta\varphi = 135^\circ$ und $\Delta\varphi = 180^\circ$ in den betreffenden Abbildungen 27 bzw. 28 angegeben.

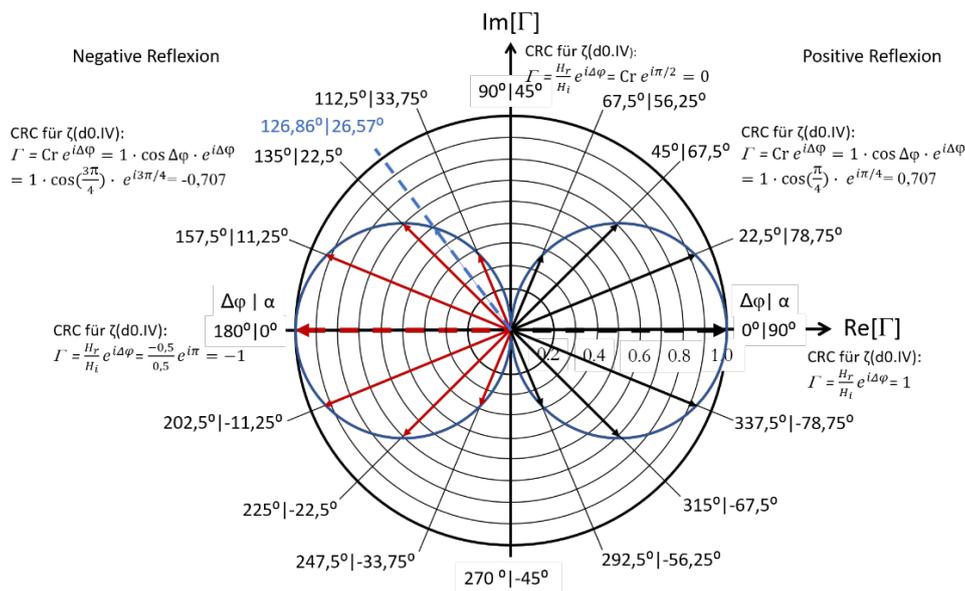


Abb. 27: Zeigerdiagramm zur Darstellung komplexer Reflexionskoeffizienten CRC $\Gamma = C_r e^{i\Delta\varphi}$ für Phasensprünge $0^\circ \leq \Delta\varphi \leq 180^\circ$ (linker Wert) entsprechend Böschungswinkeln $90^\circ \geq \alpha \geq 0^\circ$ (rechter Wert) bezüglich der exponentiell reduzierten Spiegelung am Schnittpunkt IP des Ruhewasserspiegels (d0.IV) mit der betreffenden Böschungsneigung.

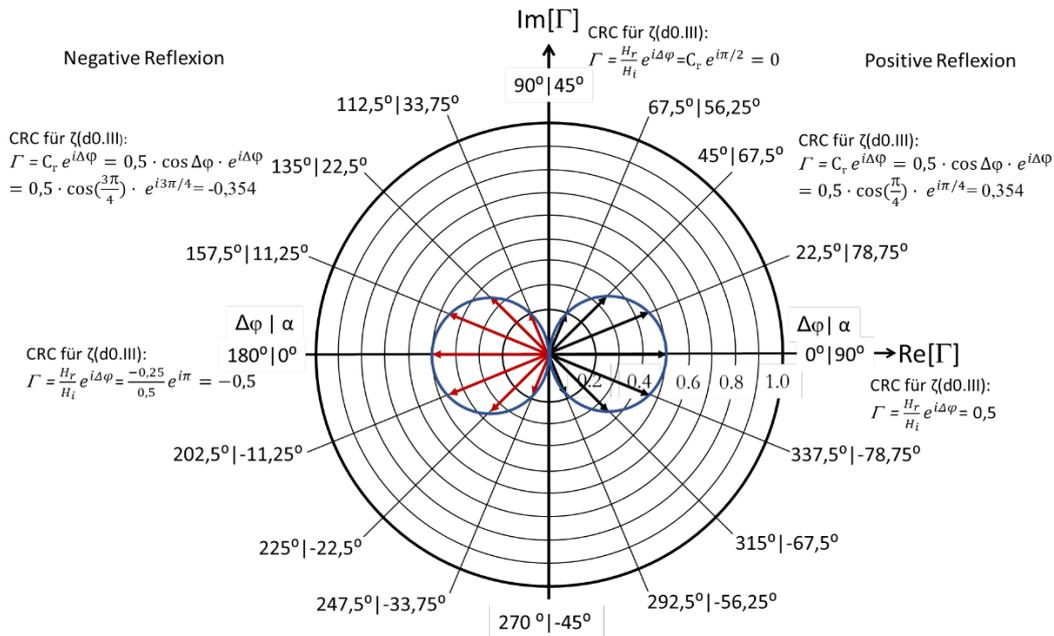


Abb.28: Zeigerdiagramm zur Darstellung komplexer Reflexionskoeffizienten CRC $\Gamma = C_r \cdot e^{i\Delta\varphi}$ für Phasensprünge $0^\circ \leq \Delta\varphi \leq 180^\circ$ (linker Wert) entsprechend Böschungswinkeln $90^\circ \geq \alpha \geq 0^\circ$ (rechter Wert) bezüglich der exponentiell reduzierten Spiegelung (ERR) am Schnittpunkt des Ruhewasserspiegels (d0.III) mit der Spiegelungsachse III.

14. Diskussion und Ausblick:

Die Thematik der Phasenverschiebung zwischen einfallenden und reflektierten Wellen wurde in der Vergangenheit meist im Zusammenhang mit Küstenschutzbauwerken im Flachwasser *Empirie orientiert* behandelt. Stellvertretend hierfür können die Untersuchungen von Sutherland and O'Donogue (1998) (Sutherland, 1998) gelten, die unter Bezugnahme auf 20 Quellen zu dem Ergebnis gelangen, dass die Phasenverschiebung durch eine dimensionslose Zahl χ_3 bestimmt ist. Letztere umfasst die Parameter Böschungsneigung α , die Wellenperiode T, die Wassertiefe d_t am Fuße des Böschungsbauwerkes und die *Wellenanlaufriechung*.

Im Unterschied dazu stellt sich in der vorliegenden, an den *Grundlagen orientierten theoretischen Betrachtung* die Phasenverschiebung $\Delta\varphi$ im Hinblick auf die Verwendung im begrenzten Wassertiefenbereich lediglich als linear von der Böschungsneigung abhängig dar.

Hinsichtlich der Übertragbarkeit auf die Natur dürfte das Ergebnis den Anspruch der *vorrangigen Berücksichtigung* vor den oben genannten anderen Parametern haben, auch wenn hier nur der Fall der Retroreflexion erfasst ist.

Bekanntlich wird die Bezeichnung Clapotis bisher für eine etwa perfekt stehende Welle seawärts einer vertikalen Wand (in begrenzter Wassertiefe für $d/L < 0,5$) verwendet. Deren Stromlinienbild zeigt einerseits die Verdoppelung der Wellenhöhe (auf $2H$) am Bauwerk gegenüber der einfallenden Wellenhöhe H und weist als zweites Merkmal die maximale horizontale Strömungsgeschwindigkeit am Boden unter dem Schwingungsknoten aus.

Demgegenüber bezieht der Verfasser den Begriff „positive Clapotis“ präzisierend nur auf die *vertikale* linear polarisierte transversale Schwingbewegung der Wasserteilchen der perfekt stehenden Welle an ihren Schwingungsbäuchen (bzw. an der vertikalen Wand) und definiert diese als die theoretische Grenzbedingung im *Tiefwasser*.

Als *theoretische* Grenzbedingung im *Flachwasser* wird dagegen die horizontale linear polarisierte longitudinale Schwingbewegung der Wasserteilchen einer fortschreitenden Welle am Meeresboden als „negative Clapotis“ bezeichnet.

Bei abnehmender Wassertiefe an einer geneigten Ebene tritt eine solche am Schnittpunkt IP der Böschungsneigung mit dem Ruhewasserspiegel auf, wo letztere theoretisch zusammenfallen.

Wird in diesem Zusammenhang das 3-dimensionale Orbitalfeld im Bereich abnehmender Wassertiefe als schwingfähiges Kontinuum angesehen, für dessen Freiheitsgrade die Berandungen bestimmend sind, ist für die hier betrachtete Retroreflexion (insbesondere in einem Wellenkanal) die Beschränkung auf die Vertikalebene, die die Fortschrittsrichtung der einfallenden Welle beinhaltet, ausreichend.

Dementsprechend können den aus dem Tiefwasser einfallenden zirkular polarisierten Wellen (entsprechend ihren zwei senkrecht zueinander linear polarisierten Schwingungen, vergl. Kapitel 3) zwei Freiheitsgrade zugeordnet werden. Diese ändern sich in ihren Ausrichtungen, sobald die Grundberührung wirksam wird. Dann ist die Neigung des Meeresbodens als Randbedingung sowohl für die Entstehung der neigungsparallelen linear polarisierten Partikelschwingung in der Randstromlinie am Meeresboden als auch für den Ausprägungsgrad der dazu parallelen bzw. rechtwinkligen Schwingungen im Strömungsfeld oberhalb der Randstromlinie verantwortlich. Dementsprechend nehmen mit abnehmender Tiefe die böschungssparallelen Hauptachsen der rotierten elliptischen Orbitalbewegungen auf Kosten der böschungssenkrechten Hauptachsen zu.

Schwingungstheoretisch kommen demnach also nur die sich mit abnehmender Tiefe ändernden Anteile der beteiligten 2 Freiheitsgrade in Betracht, die von der Böschungsneigung α und damit von der Phasenverschiebung $\Delta\phi$ abhängig sind. Im Weiteren reduziert sich die Anzahl der Freiheitsgrade von zwei auf eins am Punkt IP, mit der Folge, dass nunmehr die Gesamtenergie allein der linear polarisierten Schwingung der negativen Clapotis entspricht.

Eine nennenswerte Annäherung an diesen theoretischen Fall kann demnach in der Natur nur erreicht werden, wenn die Wellentransformation *nicht* mit einem markanten Wellenbrechprozess in Erscheinung tritt. Dies ist im Vergleich aller bekannten Brechertypen am ehesten beim *Reflexionsbrecher* (surging breaker) gegeben. Bei letzterem wird am wenigsten Energie in Turbulenz und Wärme umgesetzt mit der Folge, dass dieser auch den größten Wellenauflauf erzeugt.

Von Bedeutung ist in diesem Zusammenhang die Tatsache, dass zwischen den zwei Freiheitsgraden der elliptischen Orbitalbewegung eine Kopplung besteht (Büsching, 1991).

Im Falle, dass letztere etwa durch Störkörper auf der geneigten Deckwerksoberfläche beeinflusst wird, ist dies auf den Mechanismus der wirbelerzeugten Verluste etwa parallel und senkrecht zur geneigten Deckwerksoberfläche zurückzuführen.

Eine noch weit effektivere Wellendämpfung ist demgegenüber bei den vom Verfasser entwickelten „Hollow Cubes“ (Büsching, 2001) nicht nur durch die zusätzlichen Umlenkungs-, Eintritts- und Austrittsverluste der Strömung in und aus den betreffenden Hohlraum begründet, sondern auch bereits durch die global senkrecht zur „Waschbewegung“ orientierte Einströmung in den Hohlraum.

Hinsichtlich der Wellentransformation an ebenen geneigten Reflexionsflächen wird erwartet, dass zielgerichtete systematische Modelluntersuchungen die Bedeutung der Phasendifferenz $\Delta\varphi$ zwischen einfallenden und reflektierten Wellen als Funktion der Böschungsneigung α grundsätzlich bestätigen werden.

15. Literaturverzeichnis

Büsching, F., 2011. *Komplexe Reflexionskoeffizienten für Wasserwellen*. <http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00047022> Hrsg. Die Küste, H.78, : Bundesanstalt für Wasserbau (BAW).

Büsching, F., 2012. *Complex Reflection Coefficients Applied to Steep Sloping Structures*. <http://www.digibib.tu-bs.de> Hrsg. 1. Coastlab 12, Ghent, Belgium, 17-20 September, 2012. 2. PowerPoint Presentation, : s.n.

Büsching, F., 1974. *Über Orbitalgeschwindigkeiten irregulärer Brandungswellen*. <http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00057951> Hrsg. Mitteilungen des Leichtweiß-Instituts für Wasserbau der TU Braunschweig, H. 42, pp. 0-256; : s.n.

Büsching, F., 1991. *Durchströmbare Böschungsstrukturen*. <http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00046743> Hrsg. Bauingenieur 66 pp.11-14; : Springer-Verlag.

Büsching, F., 2001. *Hollow Cubes*. <http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00054244> Hrsg. Hamburg: Schifffahrts-Verlag "Hansa".

Büsching, F., 2010. *Phase Jump due to Partial Reflection of Irregular Water Waves at Steep Slopes*. Proc. 3rd Int. Conf. on the Application of Physical Modelling to Port and Coastal Protection, COASTLAB 2010, Barcelona, Spain, pp. Paper no. 67, pp 1 - 10; : <http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00047044>.

Büsching, F., 2010. *Phasensprung bei der partiellen Reflexion irregulärer Wasserwellen an steilen Uferböschungen*. <http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00056885> Hrsg. HANSA, H.5 sowie Binnenschifffahrt, H. 9 & 10, pp. 87-98 bzw. 73-77; : s.n.

Büsching, F., 2015. *Storm Surf Phenomena at the Western Coast of Sylt Island*. <http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=58824> Hrsg. Digitale Bibliothek Braunschweig, Publikationsserver der TU Braunschweig, pp. 1-32; : s.n.

Büsching, F., 2015. *Sturmbrandungsphänomene an der Westküste der Insel Sylt*. <http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00056466> Hrsg. s.l.: DIGIB Digitale Bibliothek Braunschweig.

Büsching, F., 2019. *Komplexe Reflexionskoeffizienten (CRC) bei irregulären Wasserwellen an steilen Uferböschungen, Kommentierte Präsentation 52 Folien*, <https://doi.org/10.24355/dbbs.084-201912111303-0> : Digibib TUBS: .

Schulejkin, W. W., 1960. *Theorie der Meereswellen*. Akademie-Verlag Berlin: s.n.

Shoemaker, H. & J.T.Thijssse, 1949. *Investigation of the reflection of waves*. Third Meeting, Intern. Assoc. Hyd. Structures Res.: s.n.

Sutherland, J. & O'Donoghue T., 1998. *Wave Phase Shift at Coastal Structures*. Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering, Vol. 124, No. 2, March/April 1998, pp. 90-98.: s.n.