

Komplexe Reflexionskoeffizienten bei irregulären Wasserwellen an steilen Uferböschungen

Prof. Dr.-Ing. Fritz Büsching
ehem. Bielefeld University of Applied Sciences, Fluid Dynamics Laboratory Minden
ehem. Leichtweiß-Institut, Technische Universität Braunschweig, Germany

Zugehörige Veröffentlichungstitel des Autors:

[I] „Komplexe Reflexionskoeffizienten für Wasserwellen
-Zur Klassifizierung von Brandungseffekten an Küstenschutzbauwerken-“,
<http://www.digibib.tu-braunschweig.de/?docid=00047022>

[II] Complex Reflection Coefficients Applied to Steep Sloping Structures
<http://www.digibib.tu-braunschweig.de/?docid=00045521>

[III] Sturmbrandungsphänomene an der Westküste der Insel Sylt
<http://www.digibib.tu-braunschweig.de/?docid=00058823>



Bei der Behandlung der Kinematik *brechender Wasserwellen* infolge kontinuierlicher Wassertiefenabnahme war der Einfluss der *Reflexion* in der Vergangenheit fast vollständig vernachlässigt worden. Andererseits war der Grad der Reflexion im Gegensatz zu anderen Wellenarten nach Healy (1953) ausschließlich durch das Wellenhöhenverhältnis $C_r = H_r/H_i$ als vollständig angesehen worden. Umfangreiche Messungen im Wellenkanal der *FH Bielefeld University of Applied Sciences* haben für unterschiedlich gestaltete Böschungsoberflächen gleicher Neigung jedoch deutlich *unterschiedliche Brecherformen und Brecherpositionen* erkennen lassen. Letztere konnten aufgrund theoretischer Betrachtungen auf einen zwischen einfallender und reflektierter Welle auftretenden *Phasensprung* $\Delta\varphi$ zurückgeführt werden. Dementsprechend wurde ein *vollständiger Reflexionskoeffizient* nach Büsching (2010, 2011) nunmehr als *komplexer Reflexionskoeffizient* $\Gamma = C_r e^{i\Delta\varphi}$ (CRC) definiert, der einerseits bezüglich der *Bauwerksbemessung* und andererseits im Hinblick auf die *Klassifikation brechender Wasserwellen* künftig eine Rolle spielen dürfte. Aufgrund der Definition des CRC kann zwischen positiver und negativer (partieller) Reflexion unterschieden werden. Die Reflexion ist an natürlichen Küsten (Sylt) bei relativ niedrigen Wasserständen an flachen Stränden *negativ*, jedoch bei (hohen) Sturmflutwasserständen *positiv*, da sie vom nahezu vertikalen Kliff oder von steilen Dünen erfolgt. Insbesondere positive *partielle Clapotiswellen* bilden die Voraussetzung für die Entstehung *resonanter Beckenschwingungen*, wie solche nach Messungen des Verfassers vor Westerland/Sylt existieren.



In the treatment of the kinematics of breaking water waves due to decreasing water depth, the influence of *reflection* in the past had been almost completely neglected. On the other hand, the degree of reflection as defined by Healy (1953) does include the wave height ratio $C_r = H_r/H_i$ only. However, extensive measurements in the wave channel of the FH Bielefeld University of Applied Sciences have shown clearly different breaker types and different breaker positions for differently designed slope surfaces of the same slope angle. Due to theoretical considerations, the latter could be attributed to a phase jump $\Delta\varphi$ occurring between the incident wave and the reflected wave. Accordingly, a *complete reflection coefficient* according to Büsching (2010, 2012) has now been defined as a complex reflection coefficient $\Gamma = C_r e^{i\Delta\varphi}$ (CRC), which in turn is likely to play a role in *demensioning sloping structures* and, on the other hand, with respect to the *classification of breaking water waves*. Due to the definition of the CRC, a distinction can be made between positive and negative (partial) reflection. The reflection is negative on natural shores (Sylt) at relatively low water levels on shallow beaches, but positive at storm water levels, as it occurs from almost vertical cliff or steep dunes. In particular positive partial clapotis waves form the necessary condition for the formation of resonant basin oscillations, as exist according to measurements by the author in front of Westerland on Sylt Island.



- **Vorbemerkung**
- **Theoretische Ableitung des komplexen Reflexionskoeffizienten (CRC) $\Gamma = C_r e^{i\Delta\varphi}$**
- **Partielle Reflexion an einer teilweise durchlässigen Wand**
- **Partielle Reflexion an geneigten ebenen Uferböschungen**
- **Spektrale Untersuchungsmethoden im Wellenkanal**
- **Informationsgehalt von Energiespektren (Natur und Labor)**
- **Spektrale Analyse reflexionsbehafteter Wasserspiegelauslenkungen**
- **Betrag $C_r = H_r/H_i$ des CRC**
- **Phasen(verschiebung) $\Delta\varphi$ des CRC**
- **Darstellungsarten des CRC**
- **Ausblick**





Vorbemerkung

Basierend auf den Veröffentlichungstiteln [I], [II], [III] wird die Verwendung des **komplexen Reflexionskoeffizienten** *vornehmlich* am Beispiel der Neigung 1:2 dargestellt.

Bezüglich der Neigung 1:3 wird auf den Volltext verwiesen.

Zur besseren Herstellung von Bezügen zu den Ursprungstexten wurden die Nummern für Abbildungen und Gleichungen aus dem jeweiligen Original beibehalten.

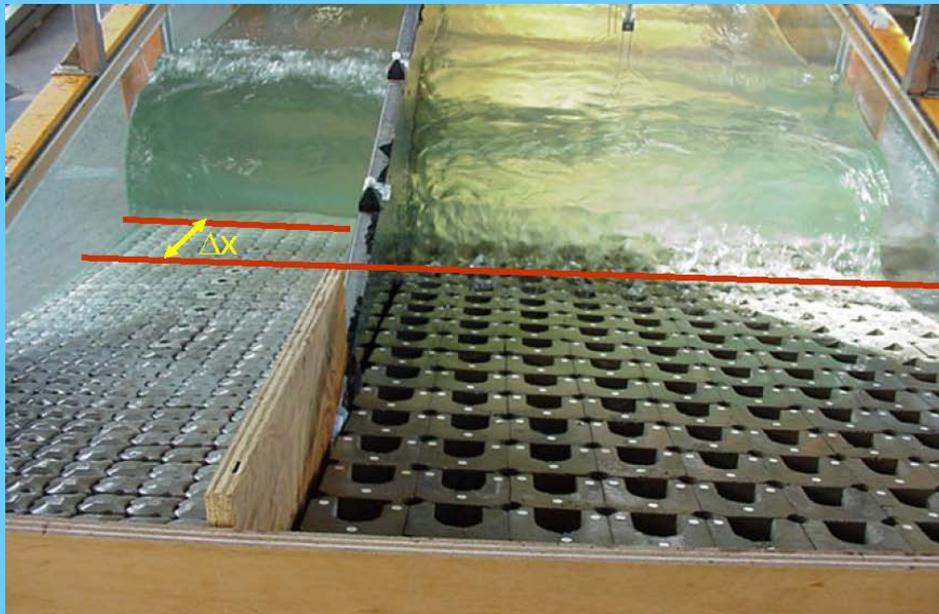
Von besonderer Bedeutung ist die Tatsache, dass nicht nur die Thematik des **Phasensprunges** partiell reflektierender Wasserwellen in der internationalen Laborforschung bisher fast vollständig ignoriert worden ist.

Auch das *spezielle Verfahren* für die Analyse irregulärer Wellen im Wellenkanal ist bisher nur vom Autor verwendet worden.

Die vorliegende Präsentation ist als Teil einer Lehrveranstaltung geplant und wird zum Ausdruck bereitgestellt.



Nach durchgeführten Untersuchungen im Wasserbaulabor der FH Bielefeld waren *Hohldeckwerke* - gegenüber Glattdäckwerken - nicht nur mit dem Auftreten **geringerer Brecherhöhen** und **veränderter Brecherformen** gekennzeichnet, sondern auch durch eine **veränderte Lage der brechenden Wellen** relativ zum Bauwerk und einen **verminderten Wellenauflauf**.



Insbesondere ließen **veränderliche Abstände Δx** zwischen den Brecherfronten modifizierte **Phasenverschiebungen $\Delta\phi$** zwischen einfallender und reflektierter Welle vermuten.

Abb.2: Sturzbrecher an einer Vergleichsanordnung (quasi glatte Böschung, links) und *partieller Sturzbrecher* (collapsing breaker) an einem Hohldeckwerk (rechts). Hier Neigung 1:n = 1:3.



Mathematische Vorbetrachtung für reguläre Wellen [I], [II]

Für den allgemeinen Fall **regulärer** (monochromatischer) Wellen kann die mathematische Formulierung für die einfallende (anlaufende) Welle der Amplitude A wie folgt angegeben werden:

$$\begin{aligned} y(x, t) &= A \cos(\omega t - kx) = \operatorname{Re}[A \cos(\omega t - kx) + i A \sin(\omega t - kx)] \\ &= \operatorname{Re}[A e^{i(\omega t - kx)}] = A e^{i(\omega t - kx)} \end{aligned} \quad (4)$$

mit der Kreisfrequenz $\omega = \frac{2\pi}{T}$ und der Wellenzahl $k = \frac{2\pi}{L}$.

Es handelt sich dabei demnach sowohl um die Darstellungsvariante als sog. Kosinus-Welle als auch um die *komplexe Vektordarstellung*, bei der nach der üblichen Regel der $\operatorname{Re}[\]$ -Operator – wie auch hier im Folgenden - nicht geschrieben wird.



Daraus entsteht der Ausdruck für die *reflektierte Welle* einfach durch Multiplikation mit dem *Reflexionskoeffizienten* unter Berücksichtigung einer *Phasenverschiebung* $\Delta\varphi$ und eines negativen Vorzeichens für die Wellenzahl k , weil die reflektierte Welle sich entgegengesetzt zur Richtung der einfallenden Welle bewegt.

Wird zudem vorausgesetzt, dass die Reflexion am Ort $x = 0$ stattfindet, der auf der rechten Seite liegen möge, sodass alle Wellenaktivität im negativen x -Bereich stattfindet, dann lautet der Ausdruck hierfür

$$\begin{aligned} y(x, t) &= C_r A \cos(\omega t + kx + \Delta\varphi) = C_r \cdot A e^{i(\omega t + kx + \Delta\varphi)} \\ &= \left(C_r e^{i\Delta\varphi} \right) \cdot A e^{i(\omega t + kx)} = \Gamma \cdot A e^{i(\omega t + kx)} \end{aligned} \quad (5)$$

Der komplexe Reflexionskoeffizient lautet demnach

$$\Gamma = C_r e^{i\Delta\varphi} \quad (6)$$

Γ ist hier also als komplexer Reflexionskoeffizient definiert, d.h., als der Quotient aus der komplexen reflektierten Welle dividiert durch die komplexe einfallende Welle.

$$\Gamma = C_r e^{i\Delta\varphi}$$

mit dem Betrag $C_r = H_r/H_i =$ dem Quotienten aus den Höhen (bzw. Amplituden) der reflektierten und der einfallenden Welle und dem Phasenunterschied $\Delta\varphi$, der zwischen der einfallenden und der reflektierten Welle am Ort der Reflexion auftritt.

Es sei vermerkt, dass im Unterschied zu dem in der Signalübertragungstechnik üblichen Gebrauch der polar komplexen Vektordarstellung hier $\Delta\varphi$ anstelle des bloßen Winkels φ verwendet wird.



Das gesamte Wellenfeld kann dann als **Summe der Gleichungen (4) und (5)** angegeben werden in der Kosinus-Darstellung zu

$$y(x, t) = A \cos(\omega t - kx) + C_r A \cos(\omega t + kx + \Delta\varphi) \quad (7)$$

einfallende Welle + reflektierte Welle

und in polar komplexer Vektordarstellung zu

$$\begin{aligned} y(x, t) &= A e^{i(\omega t - kx)} + C_r A e^{i(\omega t + kx + \Delta\varphi)} = (e^{-ikx} + C_r e^{i\Delta\varphi} e^{ikx}) A e^{i\omega t} \\ &= (e^{-ikx} + \Gamma e^{ikx}) A e^{i(\omega t)} \end{aligned} \quad (8)$$

Insbesondere liefert ihre Auswertung unter Verwendung der

Euler-Formel die nachfolgenden **Spezialfälle**:

Positive Totalreflexion für $\Delta\varphi = 0^\circ$ und $C_r = 1$.

Dann ist auch $\Gamma = 1$

$$y(x, t) = (e^{ikx} + e^{-ikx})Ae^{i\omega t} = 2 A \cos kx e^{i\omega t} \quad (9)$$

Dies ist die Gleichung einer *perfekt stehenden Welle ohne Phasensprung*.

Negative Totalreflexion für $\Delta\varphi = 180^\circ$ und $C_r = 1$.

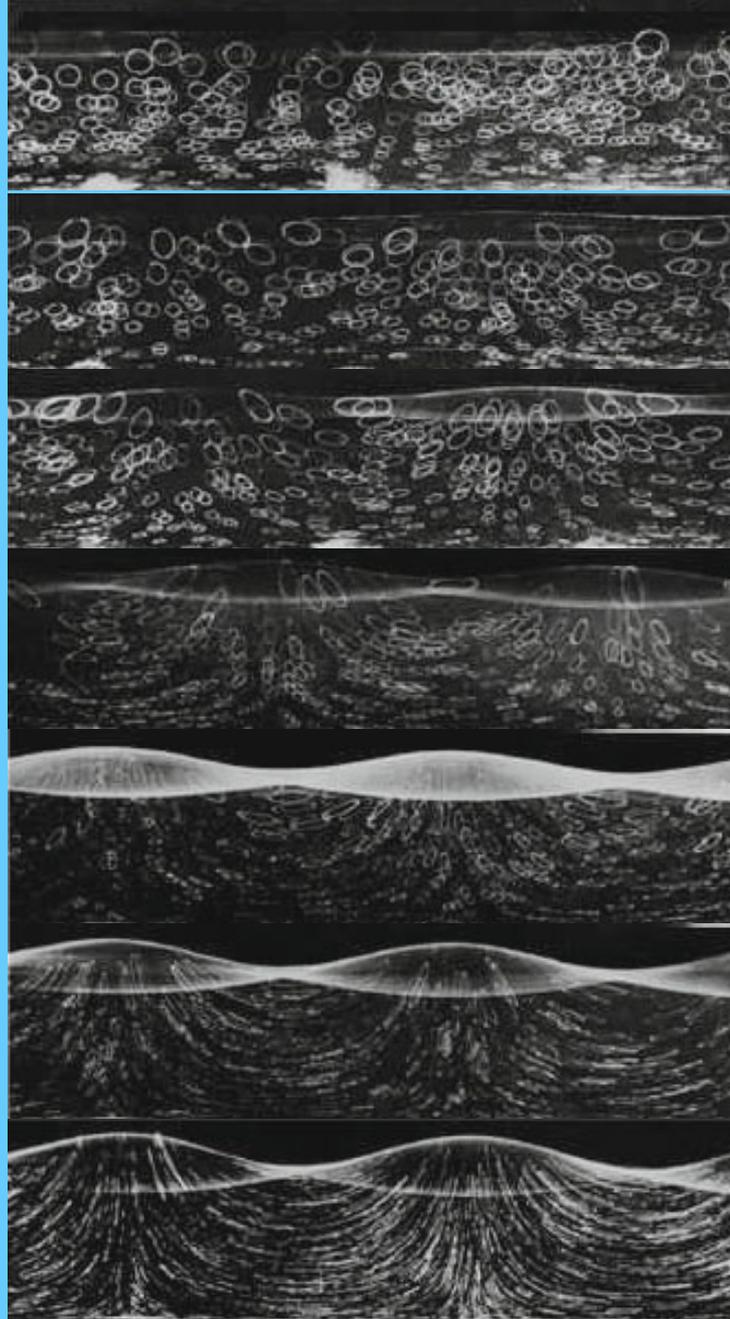
Dann ist $\Gamma = -1$

$$y(x, t) = (e^{-ikx} - e^{ikx})Ae^{i\omega t} = -2 i A \sin kx e^{i\omega t} \quad (10)$$

Auch dies ist die Gleichung einer perfekt stehenden Welle, jedoch mit einem Phasensprung von 180° (π) zwischen einfallender und reflektierter Welle.

Partiell stehende
Wellen an einer
teilweise durchlässigen
Wand.

Nebenstehende Bilder zeigen die Veränderungen der **Orbitalbewegungen** mit zunehmendem Betrag C_r des Reflexionskoeffizienten ($0,00 < C_r < 1,00$) im Wellenkanal.



Oben: Kreise

Unten: Ellipsen

Ellipsen mit geneigten Hauptachsen

Ellipsen

Ellipsen deren eine Hauptachse auf Kosten der anderen Hauptachse zunimmt

Linien





$$H_r / H_i = 0,00$$

Perfekt von links nach rechts *fortschreitende* lineare Welle.



$$H_r / H_i = 0,24$$



$$H_r / H_i = 0,38$$

Zunehmende Reflexion von einer vertikalen (?) Wand mit abnehmender Durchlässigkeit.



$$H_r / H_i = 0,53$$

Bilder: nach Wallet and Ruellan: Houille Blanche, Nr. 4, 1950, Grenoble.



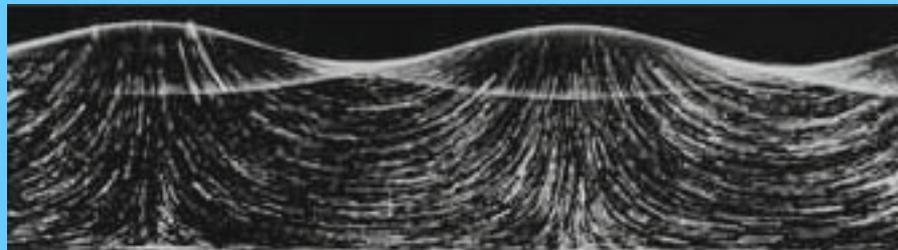
$$H_r / H_i = 0,53$$



$$H_r / H_i = 0.71$$



$$H_r / H_i = 0,85$$



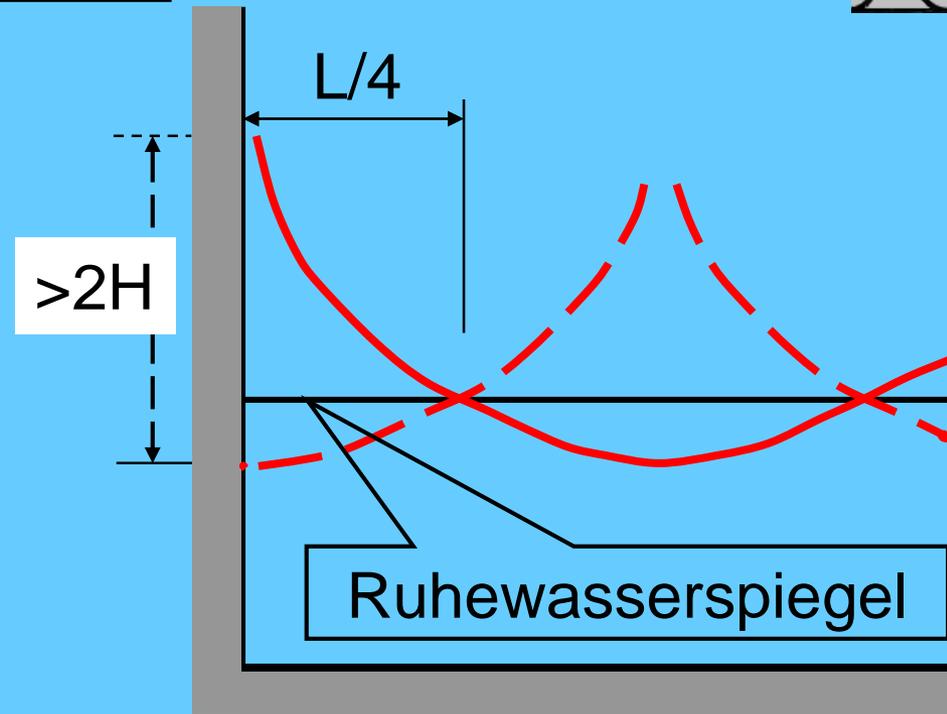
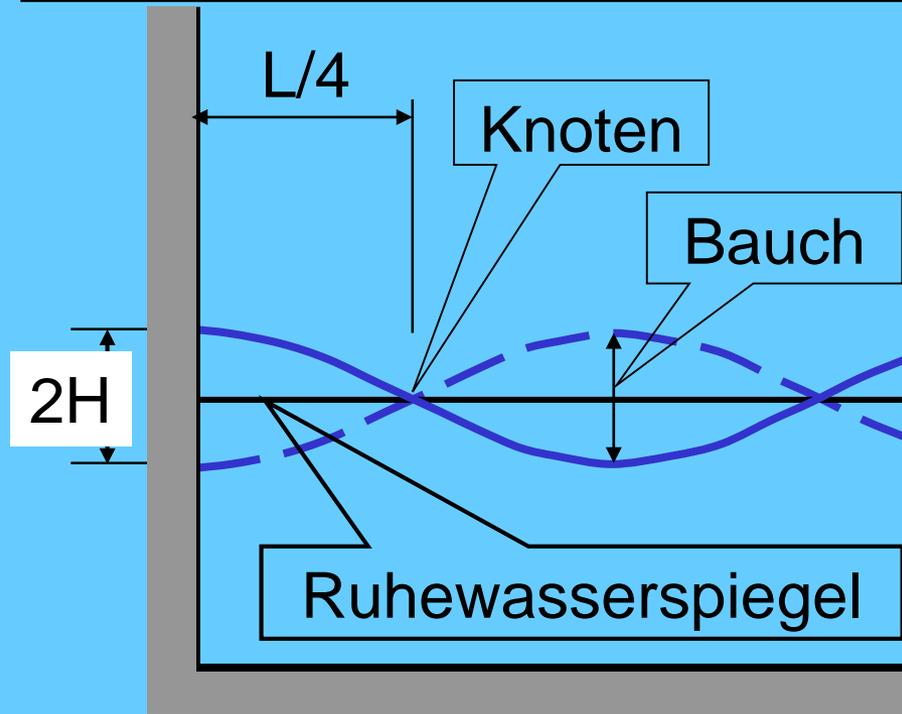
$$H_r / H_i = 1,00$$

Sollten die Aufnahmen vom *selben Standort* aufgenommen worden sein, *könnte* die *Knotenverlagerung* auf die Existenz von **Phasensprüngen $\Delta\phi$** schließen lassen.

Keine Aussage über die relative Lage der (partiellen) Clapotis-Wellen zum Bauwerk.

Bilder: nach Wallet and Ruellan: Houille Blanche, Nr. 4, 1950, Grenoble.

Wellenreflexion an vertikaler Wand:



Unterkritische Wellensteilheit :

Stabile Clapotis = perfekt stehende Welle mit *ortsfesten* Knoten (nodes) und Schwingungsbäuchen (loops) mit der Doppelamplitude $2H$.

Überkritische Wellensteilheit:

Gebrochene Clapotis = aufgerissene Clapotis mit austretendem Wasser an den Schwingungsbäuchen;
Doppelamplitude $> 2H$.

Aufgerissene (partielle) Clapotis (Westmole/Helgoland)



Örtlich und zeitlich geringfügig unterschiedliche Phasen um den oberen Totpunkt der Schwingbewegung am Bauwerk.

Einesteils hat der vertikale Schussstrahl etwa seine maximale Höhe erreicht, andern-teils hat das herabfallende Wasser bereits das Bauwerk getroffen..

Vermutet werden kann, dass **geringe Phasenverschiebungen** zwischen einfallenden und reflektierten Wellen $um \Delta\varphi \approx \pm 0$ örtlich unterschiedlich Effekte bewirken.

Aufgerissene (partielle) Clapotis an einer Steilküste



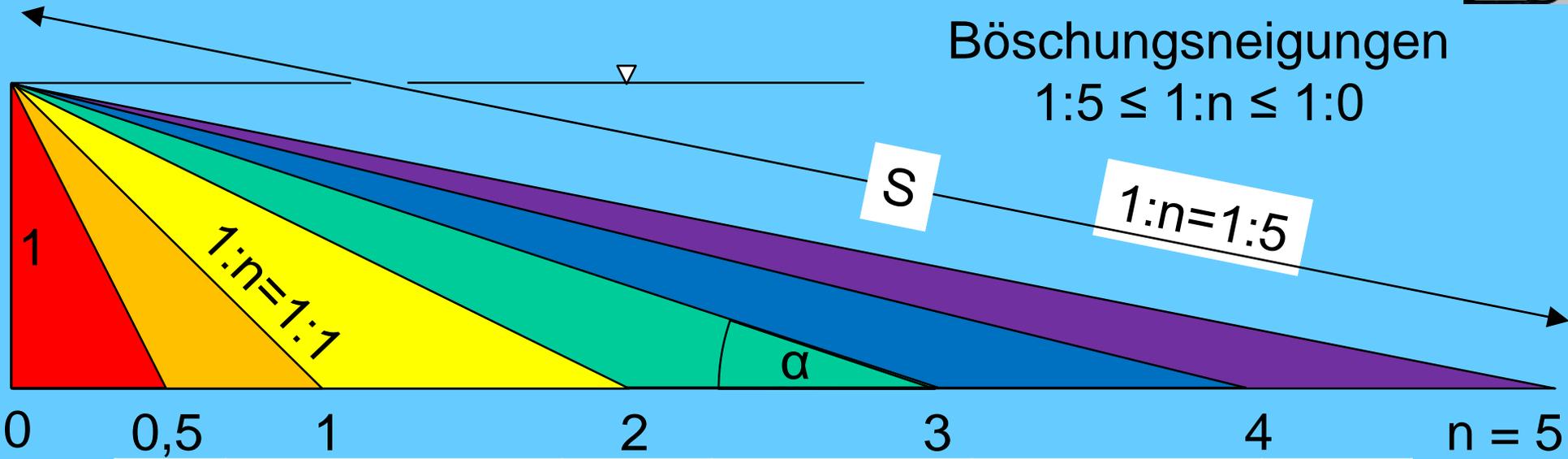
By permission of: Nikolai Speranzki



Gezeigt ist die Phase, in der einerseits am Steilufer der untere Totpunkt der Schwingung erreicht ist und andererseits Wasseraustritt am seewärtigen Schwingungsbauch erfolgt.

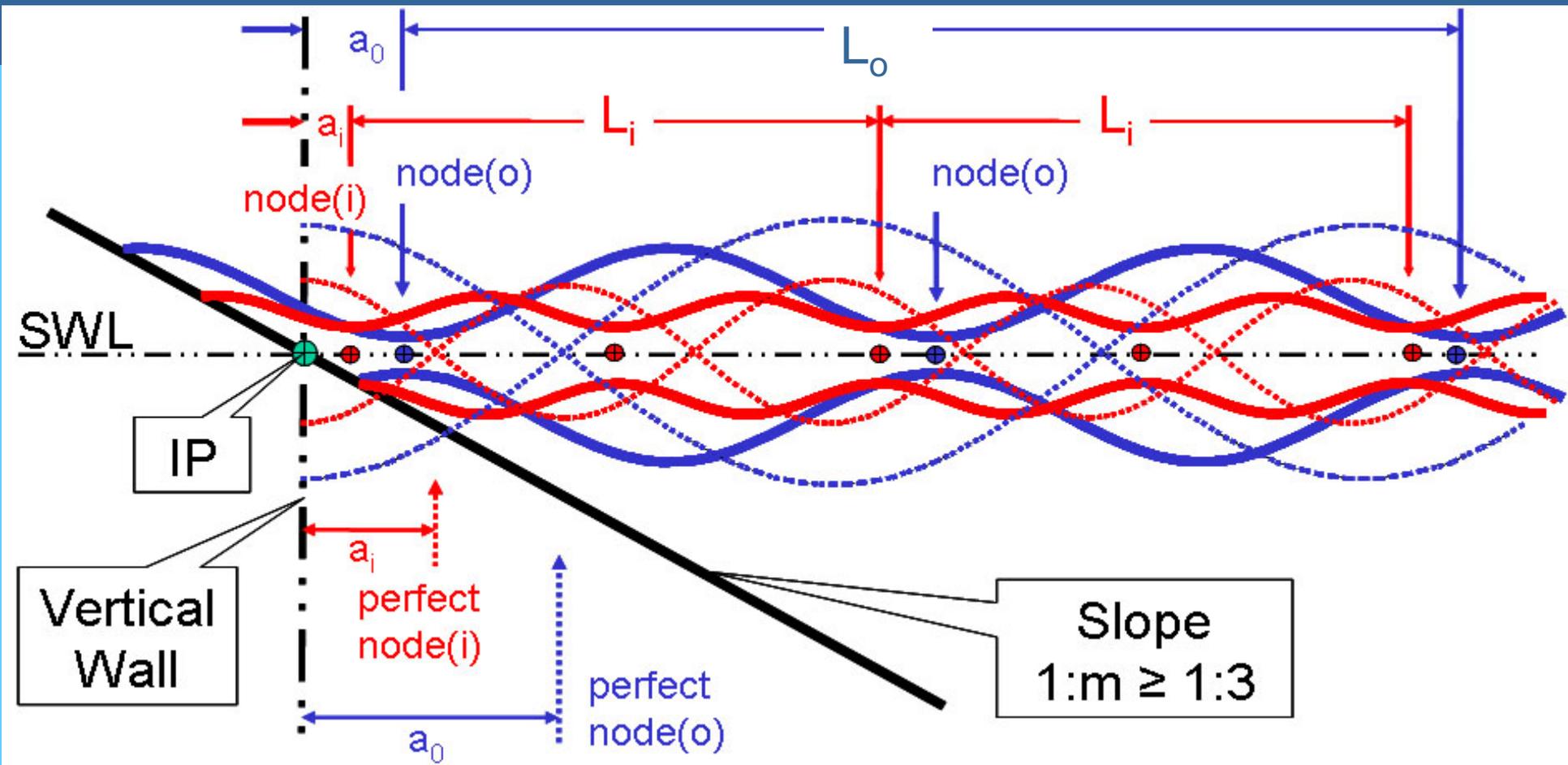
Vermutet werden kann, dass **geringe Phasenverschiebungen** zwischen einfallenden und reflektierten Wellen $um \Delta\varphi \approx \pm 0$ örtlich unterschiedlich aber etwa gleichzeitig land- wärtiges oder see- wärtiges Wellenbrechen am Schwingungsbauch bewirken.

Partielle Reflexion an geneigten ebenen Uferböschungen



	Böschungsneigung		Höhe	Volumen	Länge Falllinie	Basis
n	$1:n = \tan \alpha$	α	$H = 5\text{m}$	$V/m = nHH/2$	$S = H * \sqrt{1+nn}$	$B = n * H$
0,5	2,00	63,44	5	6,25	5,59	2,5
1	1,00	45,00	5	12,5	7,07	5
2	0,50	26,57	5	25	11,18	10
3	0,33	18,43	5	37,5	15,81	15
4	0,25	14,04	5	50	20,62	20
5	0,20	11,31	5	62,5	25,50	25

Positionierung zweier partial stehender Wellen der Längen L_0 und L_i an einer Böschung relativ zu solchen an einer vertikalen Wand.

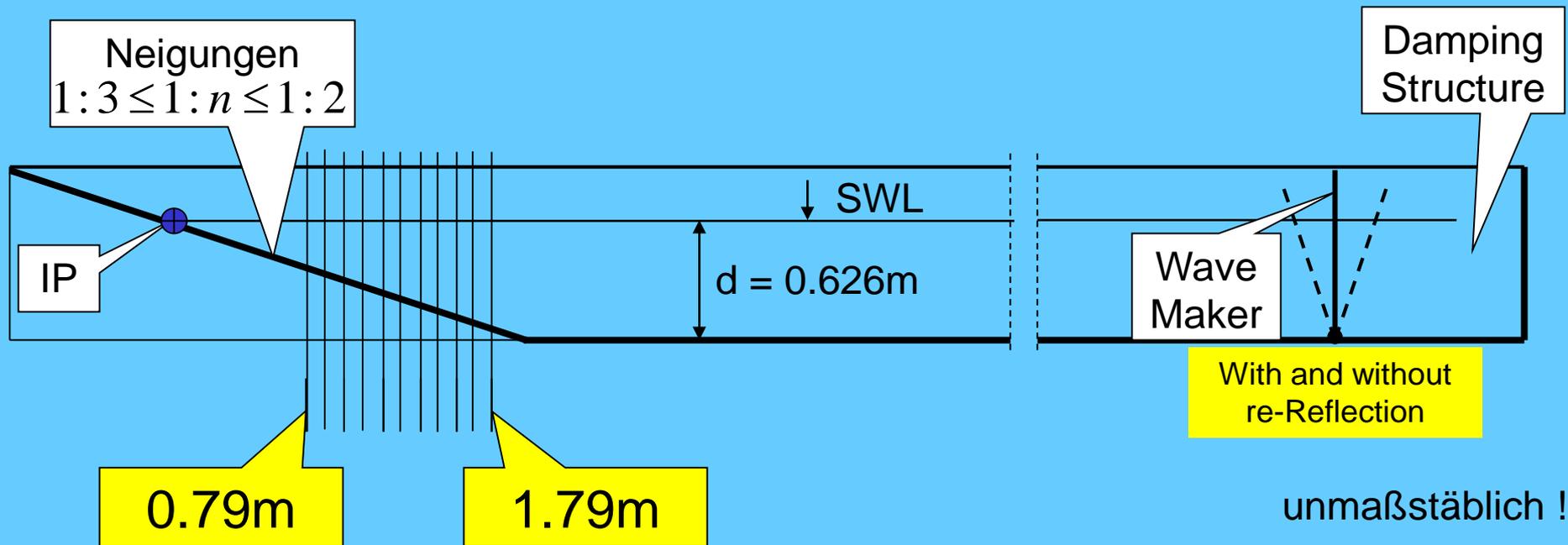


Knotenabstände von IP:

Perfekte Clapotis Wellen (Punkte), $a = L/4, = 3L/4, = 5L/4..$
 Partielle Clapotis Wellen (Kurven), $a < L/4, < 3L/4, < 5L/4..$

Untersuchungen partiell stehender Wellen relativ zum Schnittpunkt IP, der durch Ruhewasserspiegel und Böschung gebildet wird

Thema: Einfluss des Phasenprunges $\Delta\varphi$ auf brechende Wellen an einer Böschung



Quasi synchrone Messung der Wasserspiegelauslenkungen im Wellenkanal an Wellenpegeln mit Abständen von 10 cm.



Da die Frequenzabhängigkeit bei *Wellenvorgängen* die *fundamentale* Eigenschaft darstellt, lag es nahe, diese nicht nur bei der Wellenerzeugung in Form von Spektren zu berücksichtigen, sondern auch die zu messenden Wasser-
spiegelauslenkungen im Anströmbereich der Teststruktur unter Verwendung von Spektren nach Frequenzen zu analysieren.

Dabei konnte in zweifacher Hinsicht vorteilhaft auf *Naturuntersuchungen vor Sylt* Bezug genommen werden: Einerseits wurde der Frequenzbereich der vor Sylt gemessenen Sturmflutspektren unter Verwendung des Froude'schen Modellgesetzes auf die Frequenzen der Erzeuger-Wellensequenz übertragen. (Mit dem geometr. Maßstab $1:k=1:5$ ergibt sich u.a. der Maßstab zur Übertragung der Frequenzen zu $1 : 2,24$.)

Andererseits war bestätigt worden, dass es sich **auch in der Natur vor Sylt** um Seegang handelt, der durch *partielle Reflexion* und *Resonanz* gekennzeichnet ist, [III] vergl. später.



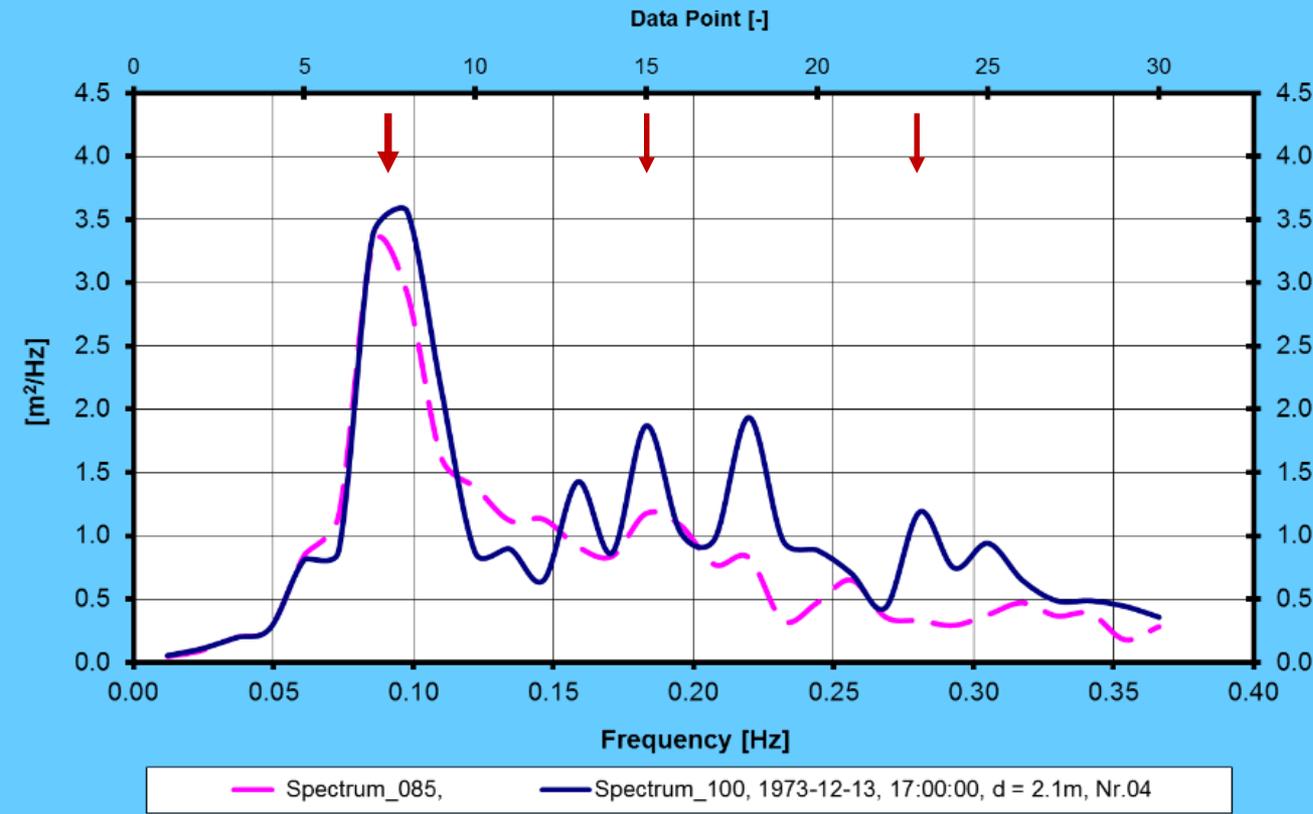
Im Zusammenhang mit den Untersuchungen der Wirksamkeit patentierter **Hohldeckwerke** hat der Autor damit *auch* eine bis dahin *nicht angewandte Analysemethode* für die Wirkungen *irregulärer Wellen an Bauwerken* verwendet.

Demnach werden im Wellenkanal für die Beurteilung der **Retro-Reflexion** vom Versuchsobjekt (Böschung) im Anströmbereich an einer Vielzahl von Pegelpositionen die Wasserspiegelauslenkungen quasi synchron gemessen. Im Gegensatz zur direkten Analyse analoger Wasserspiegelauslenkungen wurden letztere zunächst also der **Spektralanalyse** unterzogen.

Damit stehen sog. **Energiespektren** für jede Pegelposition zur Verfügung, aus deren Integration für *vorgegebene Frequenzbänder* **Energiewerte** berechnet werden können.

Somit ist es möglich, aus der Energieverteilung seewärts des Bauwerkes auf Charakteristika der Wellenaktivität zu schließen.

Informationsgehalt spektraler Darstellungen (Natur) [III]



Synchron während einer schweren Sturmflut an 2 Positionen vor Westerland/Sylt gemessene Energiespektren

Auffällig ist hier der massive Energiedichte-Peak mit etwa 3,5 m²/Hz bei $f = 0,09$ Hz, der auf **Resonanz** zurückgeführt werden kann, die ihrerseits (bei entsprechendem Wasserstand) durch hochgradige **partielle Reflexion** von der Düne (und Reflexion vom vorgelagerten Strandriff) erklärt wird.

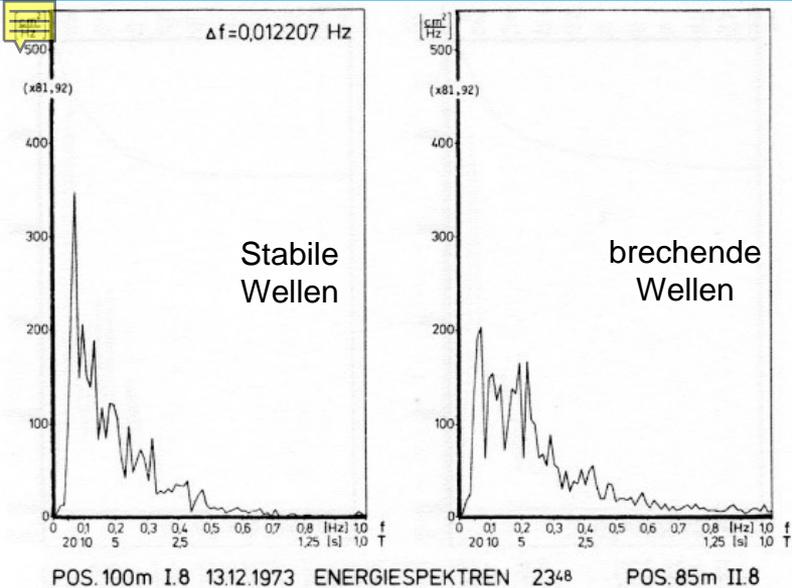
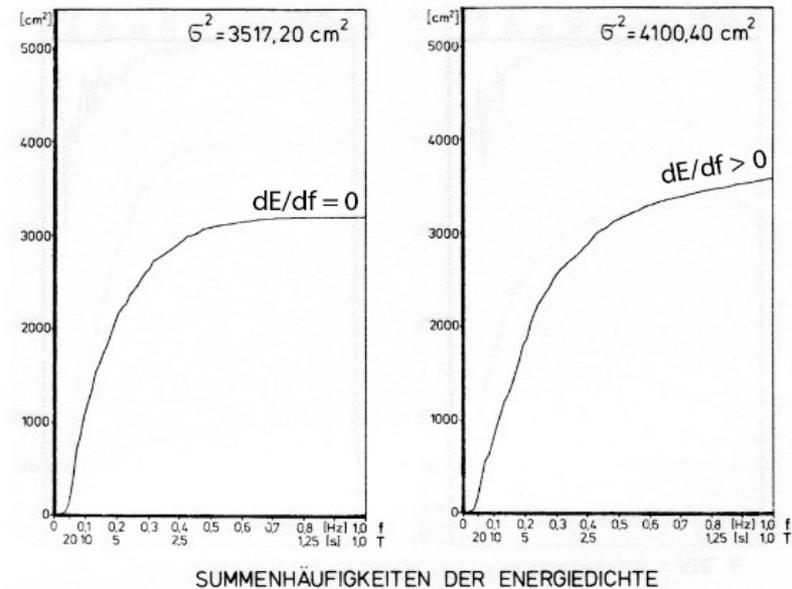


Abb.15: Energiedichtespektren und kumulierte Energie am 13.12., 23:48 für Frequenzen $0 \leq f \leq 1,0 \text{ Hz}$ (Messung 8, Wassertiefe $d \approx 2,2 \text{ m}$). Energie *brechender partiell stehender* Wellen an Station 85m *größer* als an Station 100m.



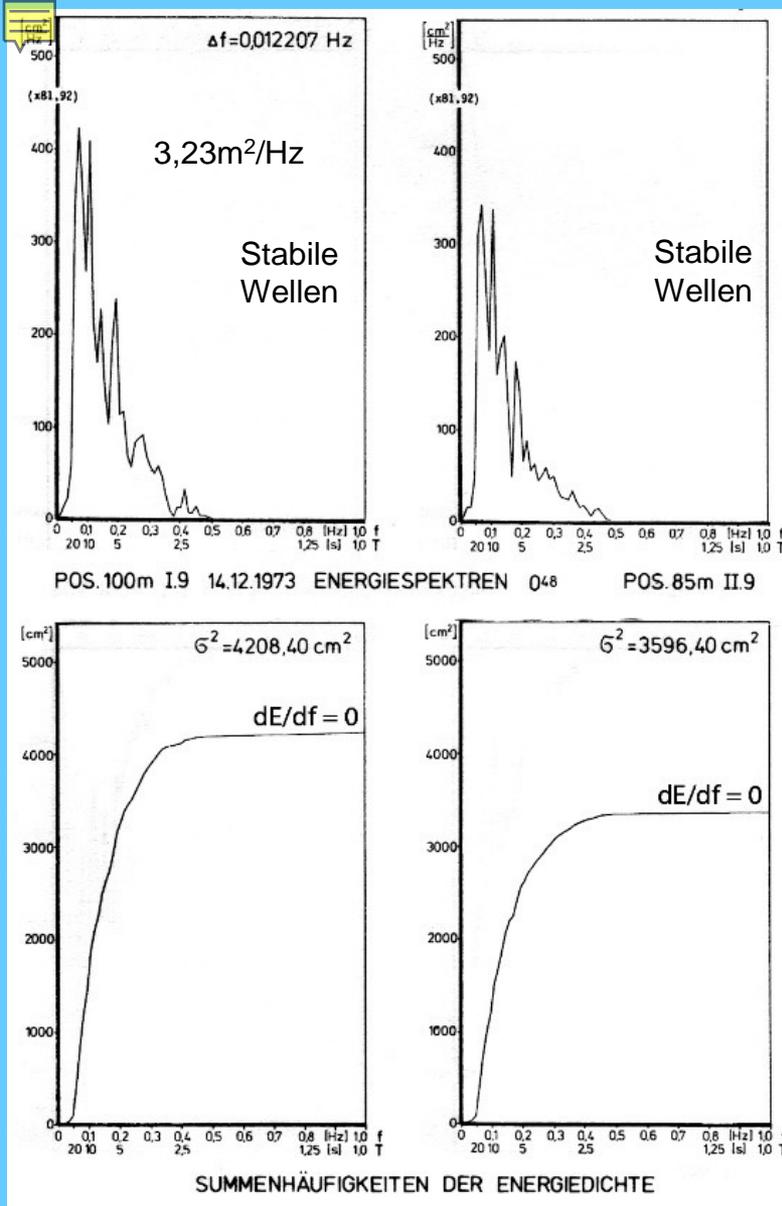
An der Position 85m ist das Wellenbrechen *eher* bedingt durch die *Nähe eines unvollkommenen Clapotis-Bauches* als durch die geringere Wassertiefe im Vergleich zur Position 100m.

Aus Büsching, F.: Sturmbrandungsphänomene an der Westküste der Insel Sylt,

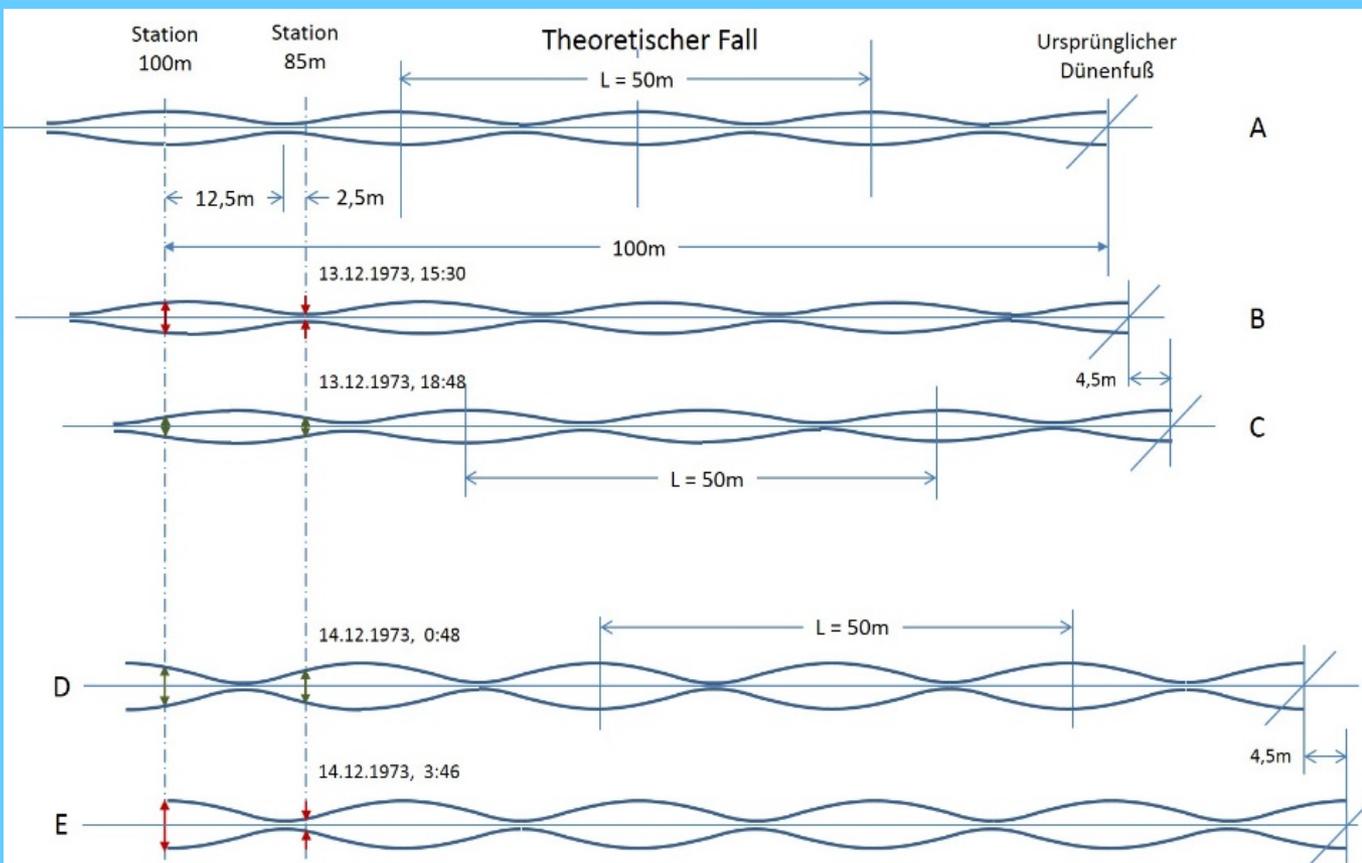


Abb.16: Energiedichtespektren und kumulierte Energie am 14.12., 00:48 für Frequenzen $0 \leq f \leq 1,0\text{Hz}$ (Messung 9, Wassertiefe $d \approx 2,5\text{m}$). Energie *nichtbrechender partiell stehender Wellen größer* an Station 100m als an Station 85.

Die Wassertiefe ist an beiden Positionen ausreichend, um *kein Wellenbrechen* auszulösen. Tendenziell dürfte aber die Position des partiellen Clapotis-Bauches der der Station 100m etwas näher sein. (Folgene Folie: Partielle Clapotis D)



Aus Büsching, F.: Sturmbrandungsphänomene an der Westküste der Insel Sylt,



Verlagerung einer partiell stehenden Welle (Länge 50m) infolge Dünenabbruchs während 2 Hochwasser-Phasen B-C und D-E *relativ zu den Synchron-Messstationen 100m und 85m.*

A: *Theoretische* Ausgangssituation ca.14.00 Uhr, 13.12.1973

B-C: Zuzolge Messungen während der Hochwasserphase I.

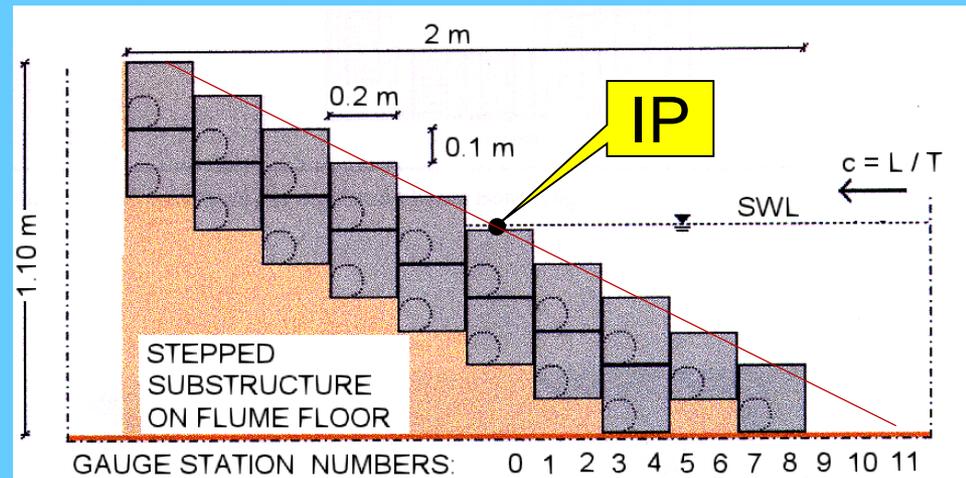
D-E: Zuzolge Messungen während der Hochwasserphase II:



Hohlkörper verglichen mit glatter Böschung 1:2 [I], [II]



Hollow Cubes bilden eine gestufte Böschungsstruktur (2-Lagen-System).
 Neigung: 1:2
 Modellmaßstab: 1:10



Als Vergleichsstruktur wurde eine glatte geneigte Ebene (Smooth Slope) verwendet.

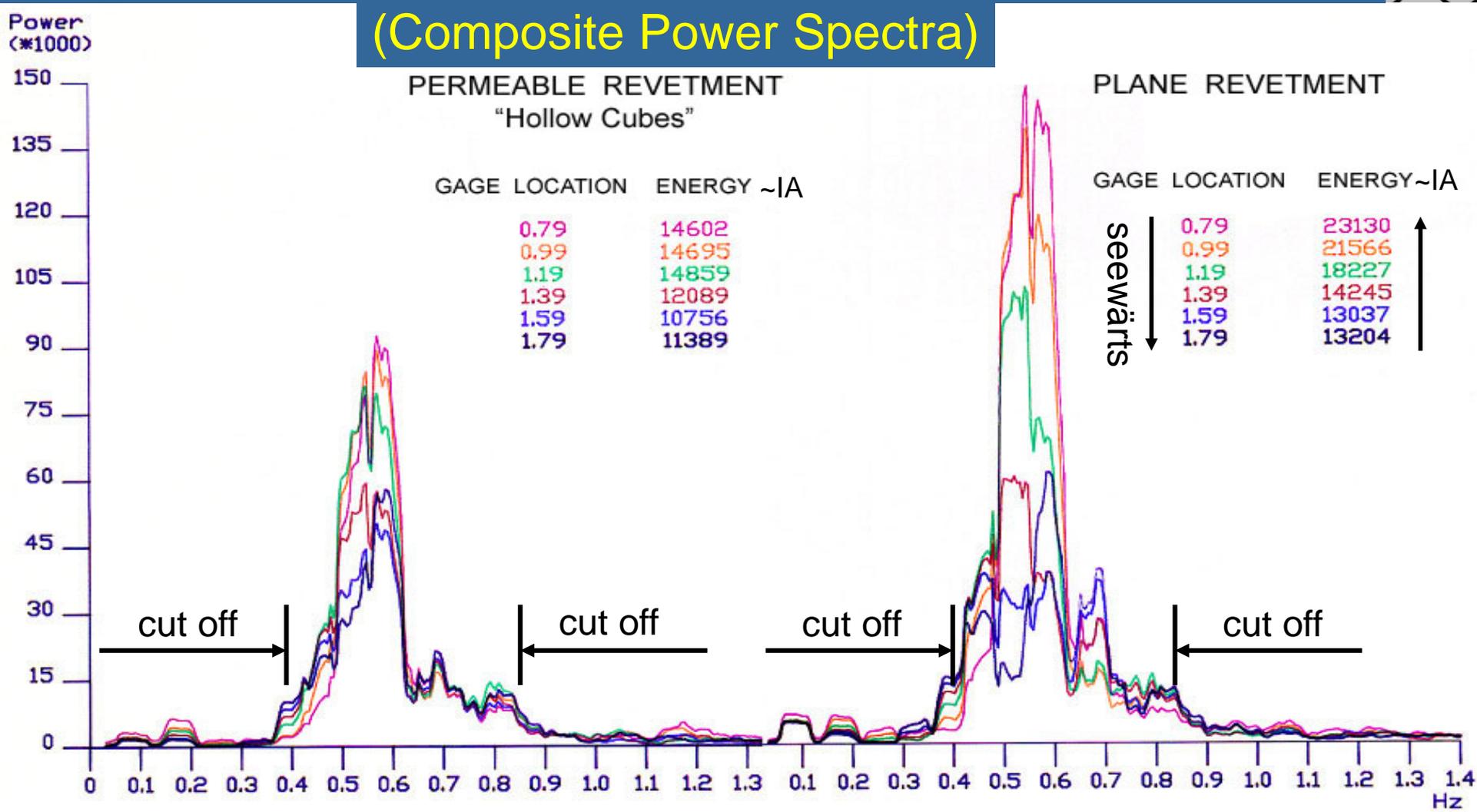
Hohlkörper
 $C_r \approx 0,2; \Delta\varphi \approx -24^\circ$

Glatte Ebene
 $C_r \approx 0,69; \Delta\varphi \approx 139^\circ$

Energiedichte-Spektren der Wasserspiegelauslenkungen



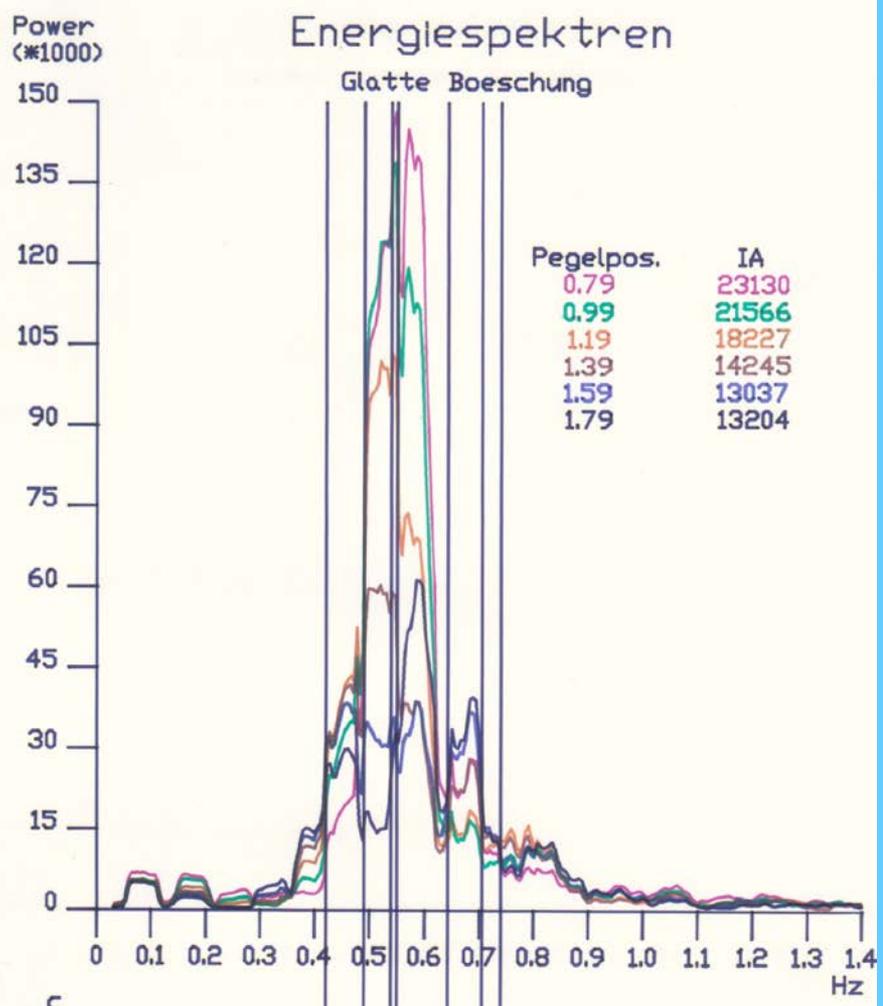
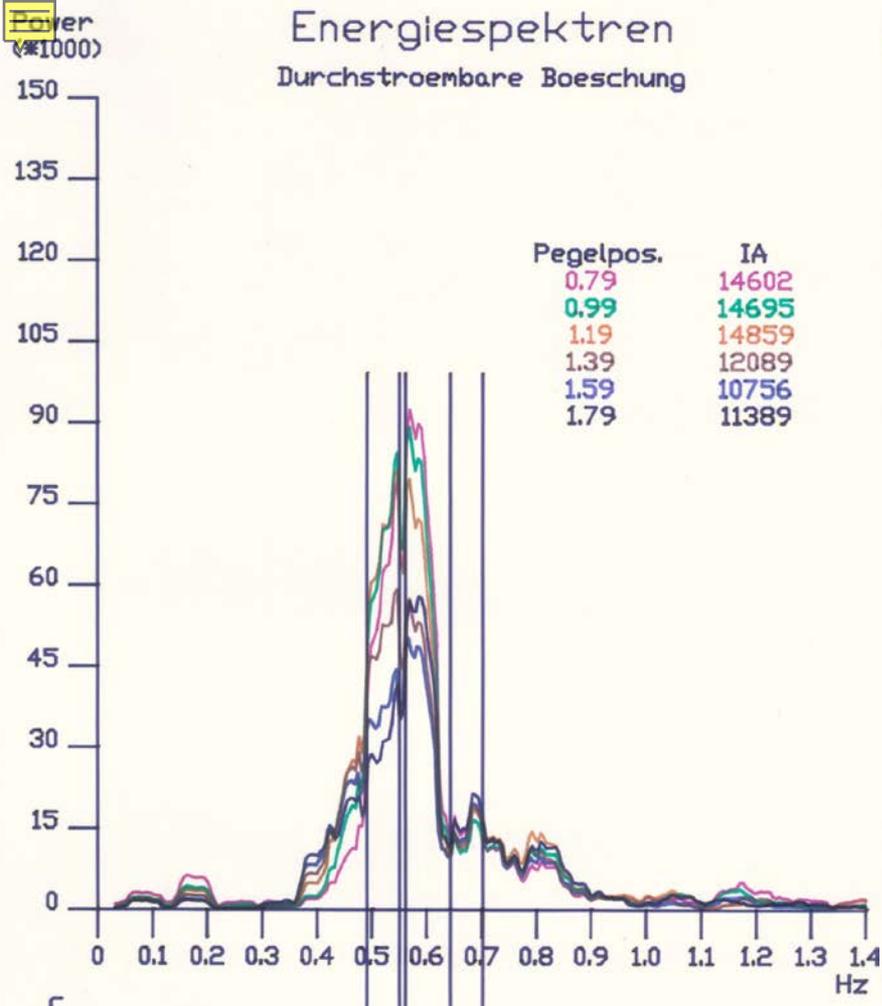
(Composite Power Spectra)



Durchströmbare Böschung

Ebene Böschung

(synchron gemessen an Neigungen 1:n = 1:3, bei wirksamer Re-Reflexion)



Beispiel für die Unterteilung der Spektren zur Beurteilung der Veränderung des Energiegehaltes an benachbarten Messpositionen in verschiedenen Frequenzbändern. Hier bei zusätzlicher *Re-reflexion* von der Wellenklappe.



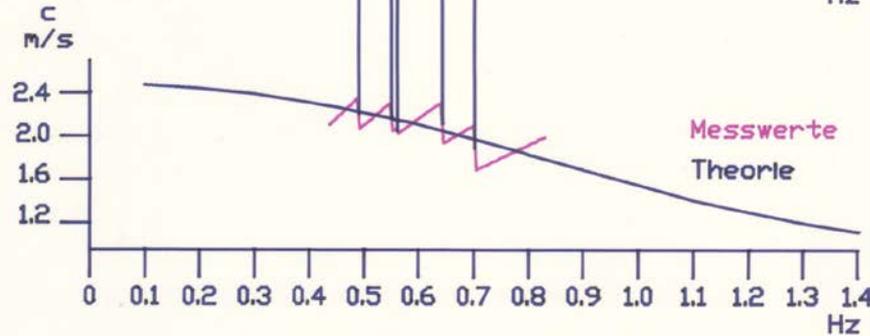
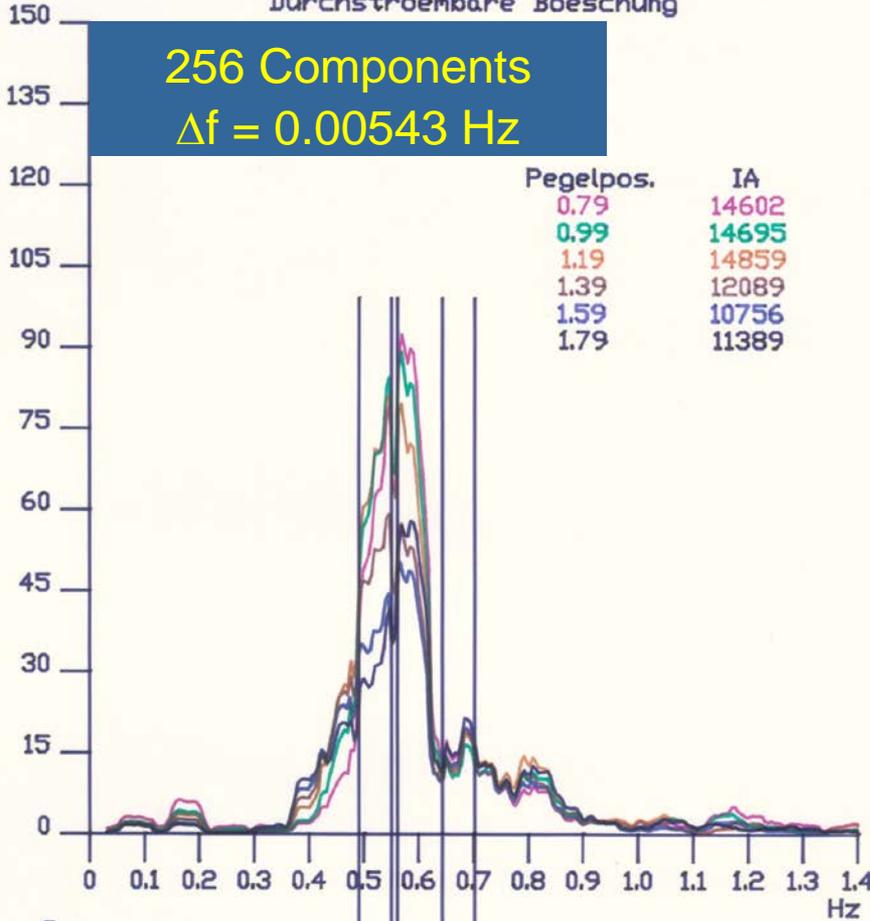
Power (#1000)

Energiespektren

Durchstroembare Boeschung

256 Components
 $\Delta f = 0.00543 \text{ Hz}$

Pegelpos.	IA
0.79	14602
0.99	14695
1.19	14859
1.39	12089
1.59	10756
1.79	11389



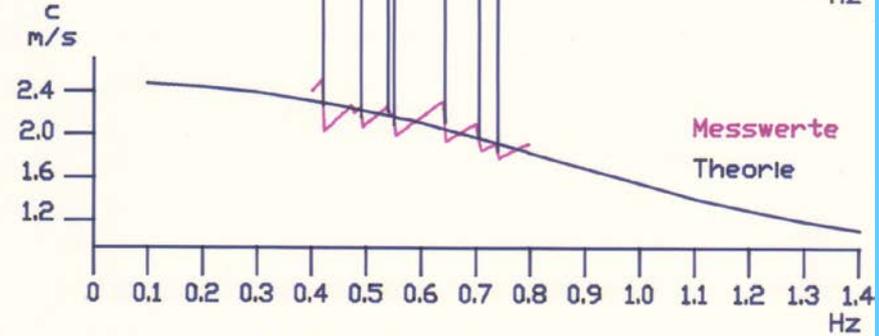
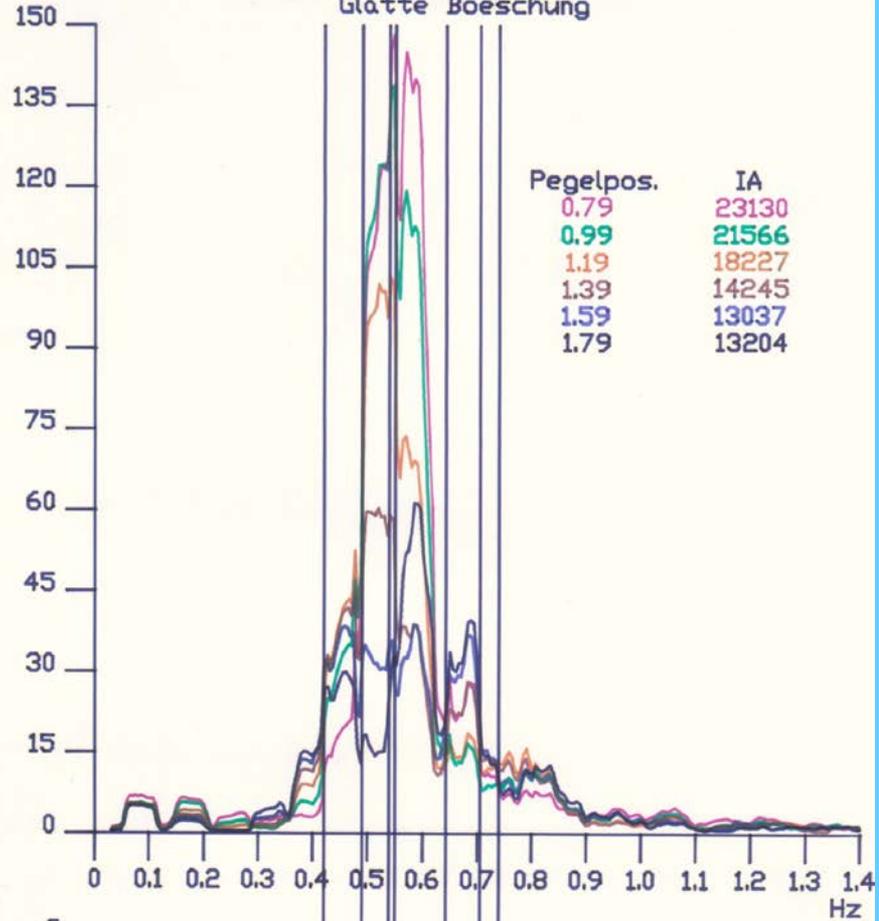
Wellenfortschritts-
geschwindigkeit

Power (#1000)

Energiespektren

Glatte Boeschung

Pegelpos.	IA
0.79	23130
0.99	21566
1.19	18227
1.39	14245
1.59	13037
1.79	13204

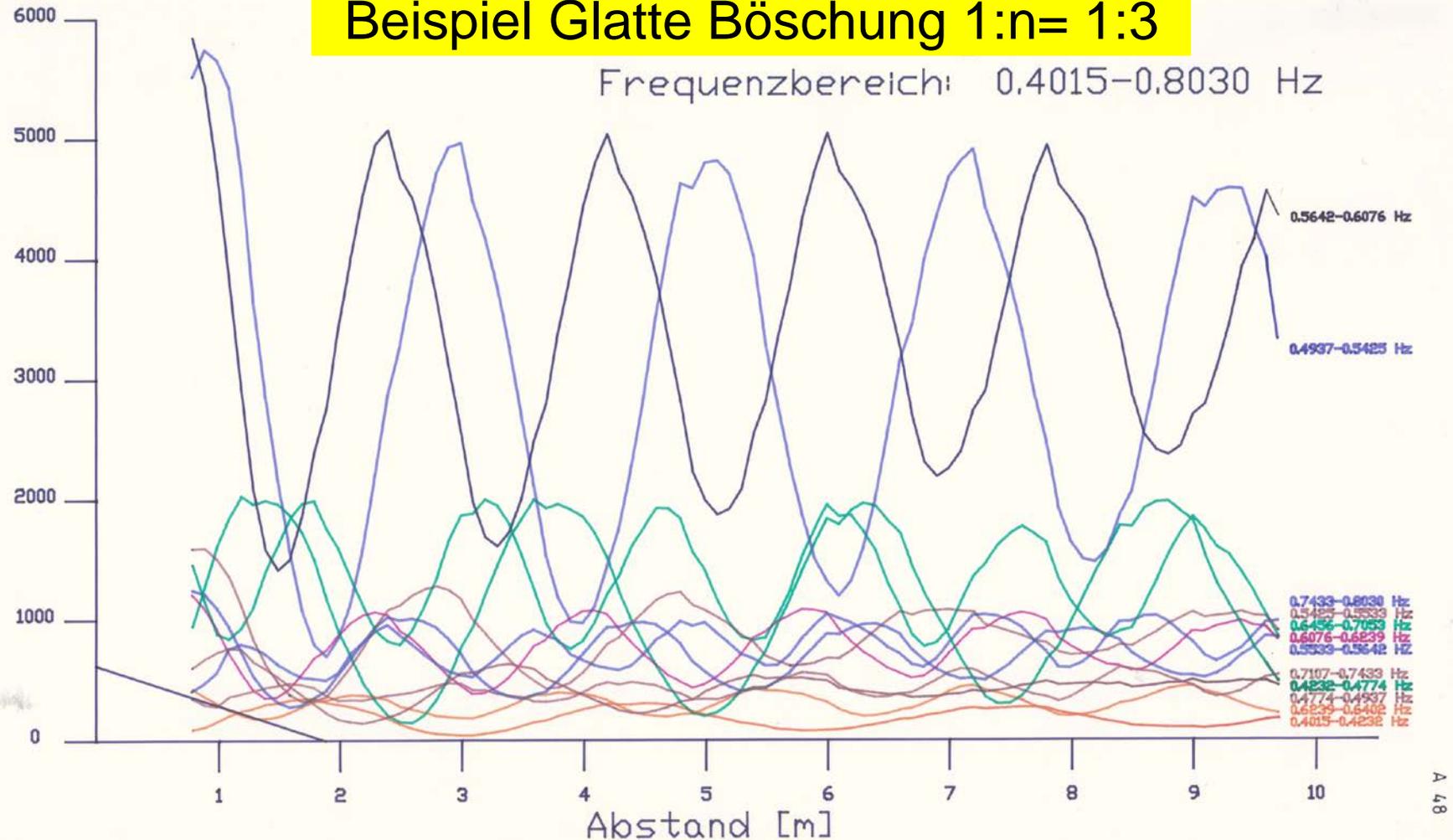


Wellenfortschritts-
geschwindigkeit

Gebundene Energielinien Beispiel Glatte Böschung 1:n= 1:3

IA (P*f)

Frequenzbereich: 0.4015–0.8030 Hz



Energielinien von 12 *Partialwellen* unterschiedlich großer Teilfrequenzbänder (Δf), die aufsummiert ebenfalls für die resultierende partielle Clapotis eine etwa periodische Funktion ergeben.

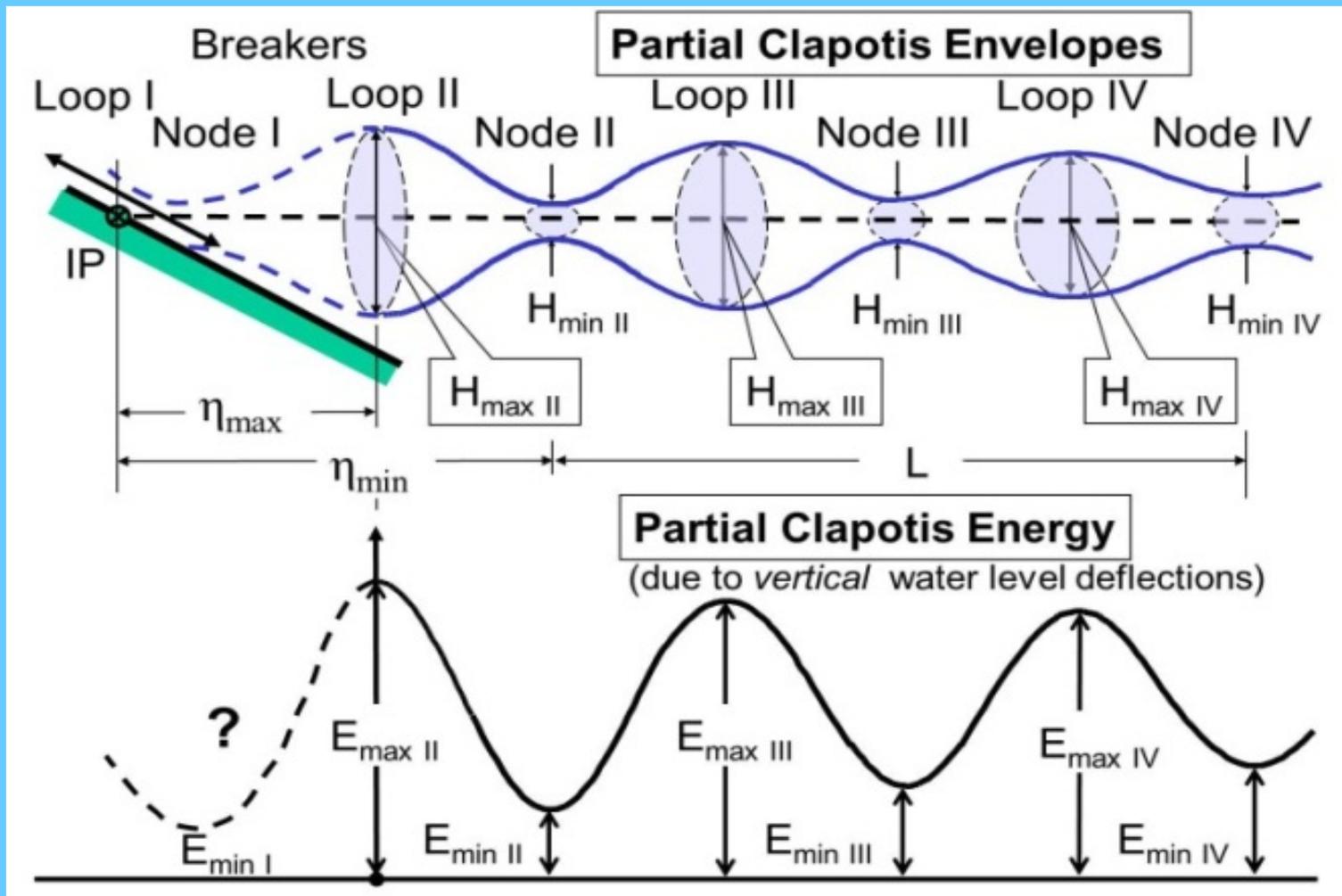
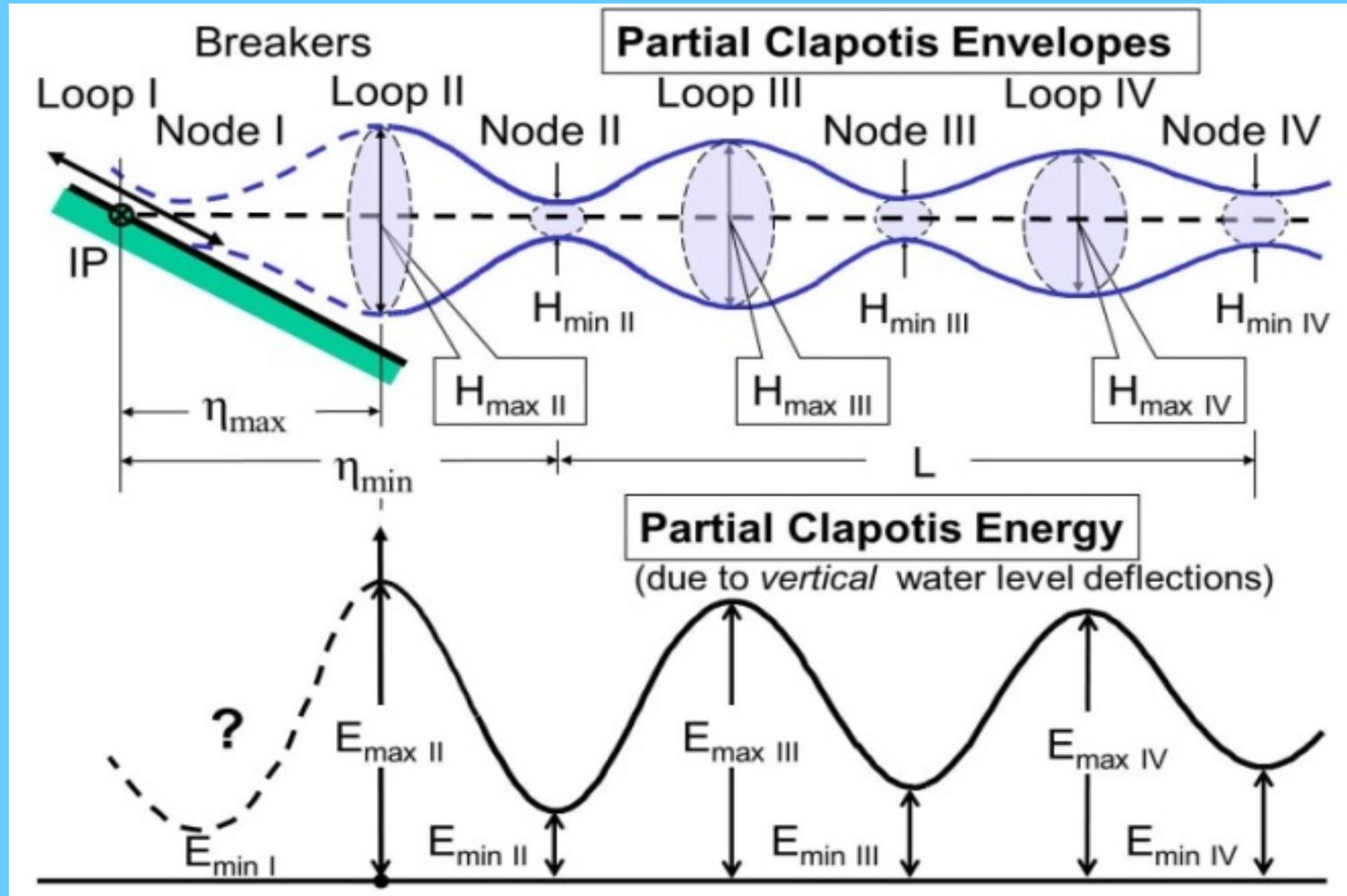


Abb. 4: Schematische Darstellung partiell stehender Wellen an einer Böschung; oben: Einhüllende der Wasserspiegelauslenkungen, unten: Energieverteilung (infolge vertikaler Wasserspiegelauslenkungen).

Zur Ausmessung des bauwerksnahen Wellenfeldes



$$C_r = \frac{H_{\max} - H_{\min}}{H_{\max} + H_{\min}} \quad \text{mit } H_{\max} = H_i + H_r \quad \text{und} \quad H_{\min} = H_i - H_r \quad (11) \quad \text{Healy (1953)}$$



Nachfolgend werden die einzelnen Operationen zur Ermittlung der komplexen Reflexionskoeffizienten (CRC) dargestellt.

Wie bei anderen Wellen bildete bekanntlich auch bei Wasserwellen die *möglichst präzise Ausmessung* des bauwerksnahen Wellenfeldes bis in die 1980er Jahre die Grundlage für die Ermittlung der Reflexionskoeffizienten, vergl. die Einhüllenden in Abb. 4.

Dabei wurde von Healy (1953) erstmals die von der Reflexion anderer Wellenarten bekannte Formelstruktur auch für Wasserwellen verwendet.

$$C_r = \frac{H_{\max} - H_{\min}}{H_{\max} + H_{\min}} \quad \text{mit } H_{\max} = H_i + H_r \text{ und } H_{\min} = H_i - H_r \quad (11)$$

(Die heute für unregelmäßige Wellen übliche 3-Pegel- Methode etwa n. Mansard und Funke (1980) wird hier nicht diskutiert, da diese eine Bestimmung der Phasendifferenz bisher nicht zulässt.)



Hierbei beziehen sich die Werte H_{\max} und H_{\min} auf die Abstände der Einhüllenden für die Wasserspiegelauslenkungen der partiell stehenden Wellen, wie diese etwa im oberen Teil der Abbildung schematisch dargestellt sind.

Für die Analyse *irregulärer* Wellen (und ihrer Fourier-Komponenten) hat der Autor sich jedoch **nicht direkt** auf das Wellenfeld der Wasserspiegelauslenkungen (Einhüllende der Wasserspiegelauslenkungen) sondern prinzipiell auf deren *Quadratwerte* bezogen, die der *Wellenenergie* proportional sind. Solche werden bei der *Integration* der (in Teilbereiche zerlegten) Energiedichte-Spektren als Energiewerte erhalten, da sie an jeder Pegelposition die überlagerten vertikalen Wasserspiegelauslenkungen der vom Wellenerzeuger kommenden und der von der Böschung reflektierten Wellen repräsentieren.

Statt der Healy-Formel wird somit auf die *allgemeinere* Formulierung unter Bezug auf die Energien zurückgegriffen.

Konkret tritt somit an die Stelle der Wellenhöhen jeweils die Quadratwurzel aus dem Integralwert (IA-Wert) des Spektrums, der hier mit E bezeichnet wird:

$$C_{r,i} = \frac{\sqrt{E_{\max,i}} - \sqrt{E_{\min,i}}}{\sqrt{E_{\max,i}} + \sqrt{E_{\min,i}}} \quad (14)$$

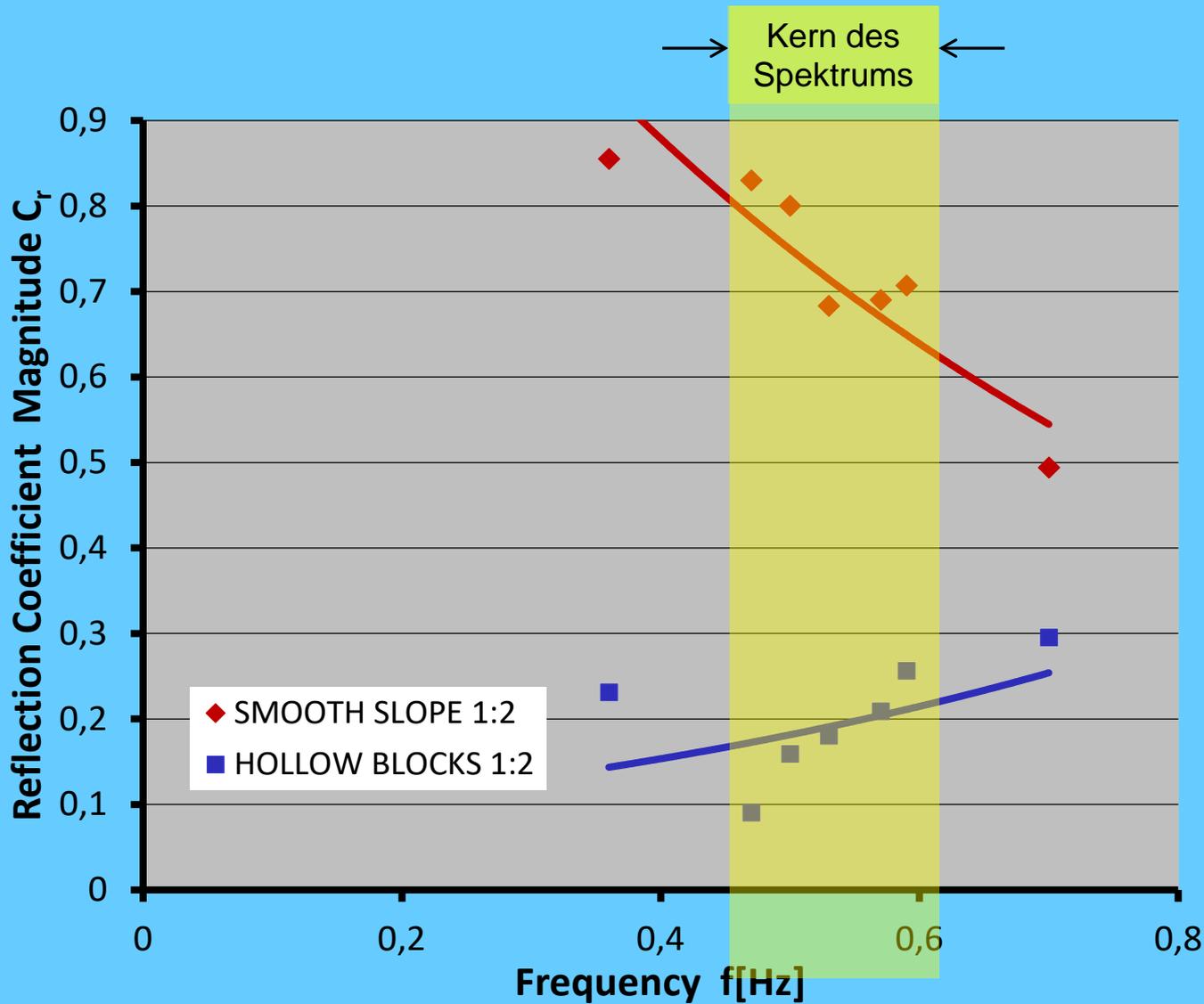
Darin sind mit Bezug auf Abb.4:

$E_{\max,i}$ = Betrag des Energiemaximums der zur Partialwelle beitragenden Frequenzkomponenten am Schwingungsbauch i,

$E_{\min,i}$ = Betrag des Energieminimums der zur Partialwelle beitragenden Frequenzkomponenten am Schwingungsknoten i,

i = Ordnungszahl des Schwingungsbauches bzw. Schwingungsknotens.

Beträge des Reflexionskoeffizienten C_r bei Böschungen 1:2 für jeweils 7 bzw. 5 Partialwellen



Glatte
Böschung

Beträge des CRC über den Mittenfrequenzen der zugehörigen Teilfrequenzbereiche aufgetragen.

Hohlkörper-
böschung

Weiterhin ist für die Bestimmung der *Phase des Reflexionskoeffizienten* neben der **Wellenlänge L** noch die Kenntnis zumindest der *Entfernung* des effektiven Reflexionspunktes von einem (imperfekten) Schwingungsbauch (loop) η_{max} bzw. die Entfernung η_{min} von einem Schwingungsknoten (node) erforderlich, vergl. Abb. 4.

Die Phase(nverschiebung) $\Delta\varphi$ des Reflexionskoeffizienten wird dann aus der folgenden Betrachtung erhalten:

Für jeden Ort im Abstand η vom Reflexionspunkt beträgt der Phasenabstand, der von der einfallenden Welle bis zum Ort der Reflexion zurückzulegen ist, $k\eta = 2\pi(\eta/L)$.

Dort tritt bei der Reflexion örtlich die gesuchte Phasenverschiebung $\Delta\varphi$ auf und daran anschließend für die reflektierte Welle zurück bis zum Ausgangsort wiederum der Phasenabstand $k\eta$



Demnach beträgt der Phasenunterschied zwischen einfallender und reflektierter Welle an diesem Ort

$$2k\eta + \Delta\varphi .$$

Soll es sich bei dem betrachteten Ort um einen *Schwingungsbauch* der partiellen Clapotis handeln, muss diese Phasendifferenz einem ganzzahligen Vielfachen von 2π gleichen, (damit sich die einfallende mit der reflektierten Welle im Sinne der Verstärkung überlagern können.)

Somit ergibt sich die Formel

$$2k\eta_{\max} + \Delta\varphi = n2\pi \quad (12)$$

und mit $n = 1$ für den ersten Schwingungsbauch

$$\Delta\varphi = 2\pi - 2k\eta_{max} \quad \text{bzw.}$$

$$\Delta\varphi [^\circ] = 360 \left(1 - \frac{2\eta_{max}}{L} \right) \quad (13a)$$

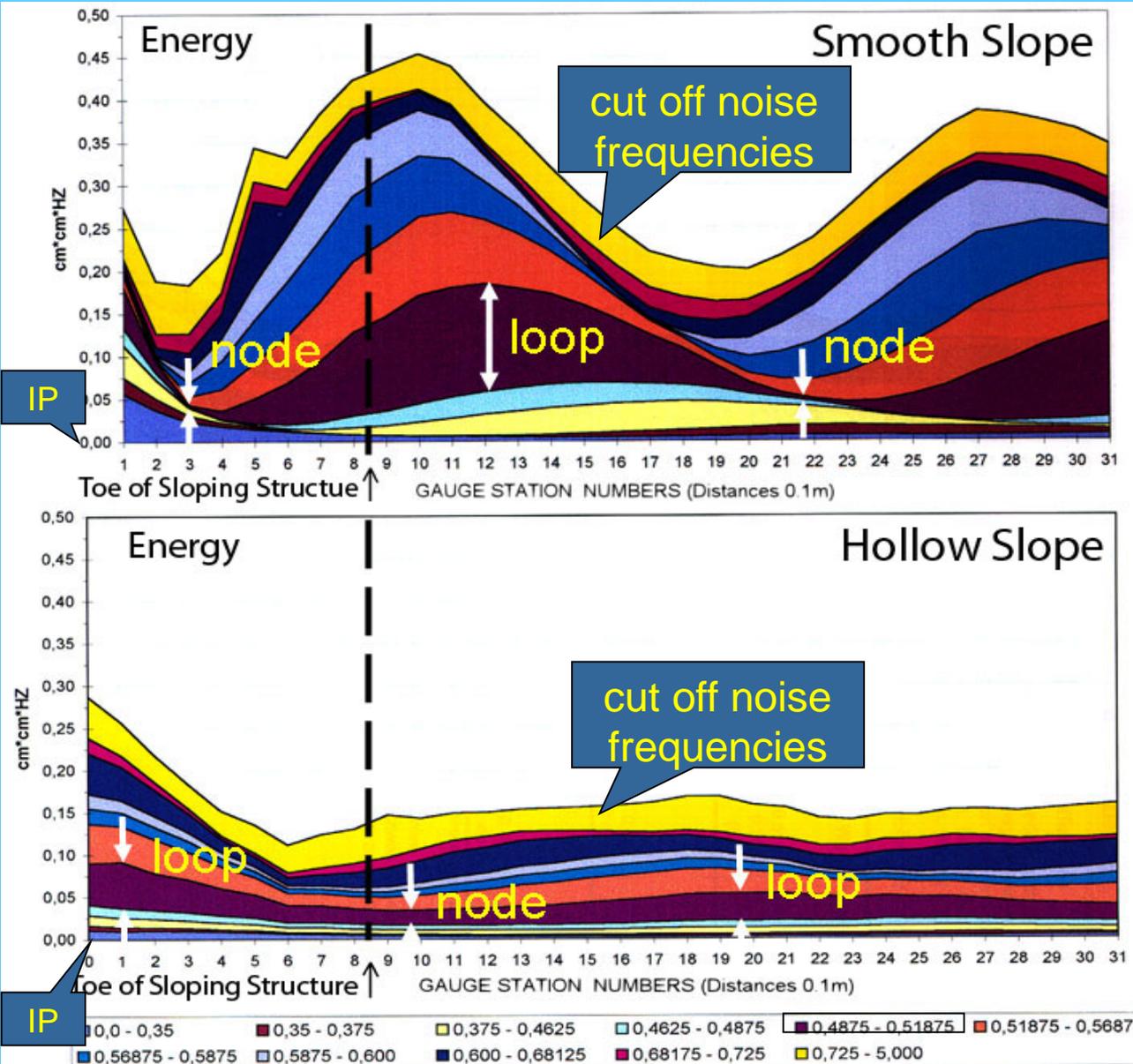
Für den Fall, dass es sich bei dem einzumessenden Ort um einen (*unvollkommenen*) *Knoten* handeln sollte, muss die betreffende Phasendifferenz einem ungeraden Vielfachen von 180° (bzw. π) entsprechen, damit sich einfallende und reflektierte Welle tendenziell auslöschen können.

Die analoge Formel lautet dann bezogen auf den bauwerksnahesten (ersten) partiellen Knoten:

$$\Delta\varphi [^\circ] = 180 \left(1 - \frac{4\eta_{min}}{L} \right) \quad (13b)$$



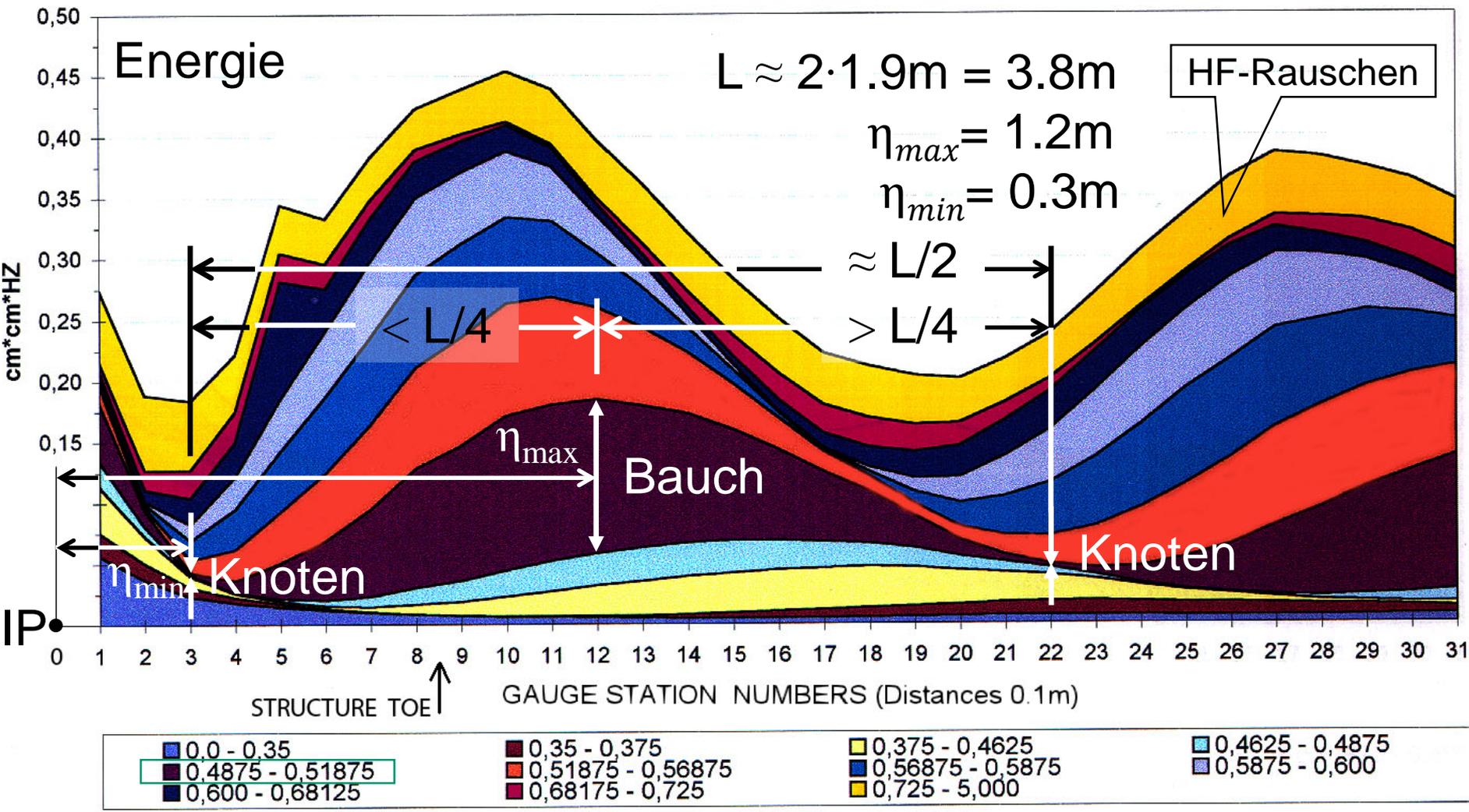
Energie seewärts der Böschungen 1:2



Erklärungen:

- Energiegehalte der Partialwellen (ΔE -Werte) über der Distanz von IP: \rightarrow Beispielwelle $L \approx 3,8m$
- Gesamtenergie, verteilt auf Teilfrequenzbänder, wird hier durch **10 Partialwellen** repräsentiert.
 $E_{max} = \text{loop}$, $E_{min} = \text{node}$
- Je höher die Frequenzen der Partialwellen, desto größer ihre Verschiebung böschungaufwärts.
- Nahe dem Bezugspunkt IP:
 - Glatte Böschung: Knoten und
 - Hohlformkörper: Bäuche.

Phasenverschiebungen $\Delta\phi$ der Partialwellen



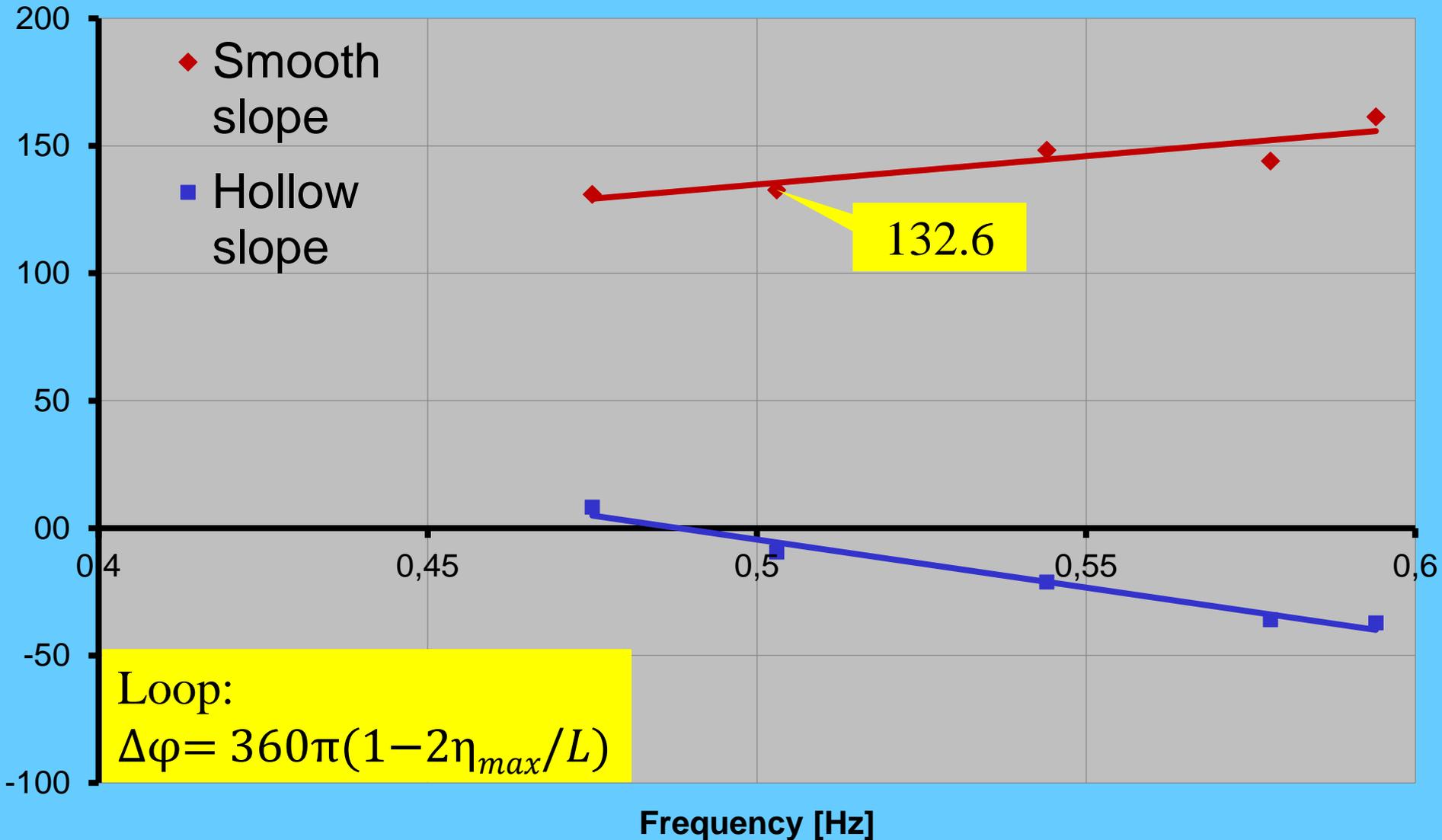
Bauch: (13a)
 $\Delta\phi = 360(1 - 2\eta_{max}/L)$
 $= 132.6^\circ$

Horizontale Wellenasymmetrie:
 $\eta_{max} - \eta_{min} < L/4$

© Büsching, F.: Küsteningenieurwesen

Knoten: (13b)
 $\Delta\phi = 180(1 - 4\eta_{min}/L)$
 $= 123.2^\circ$

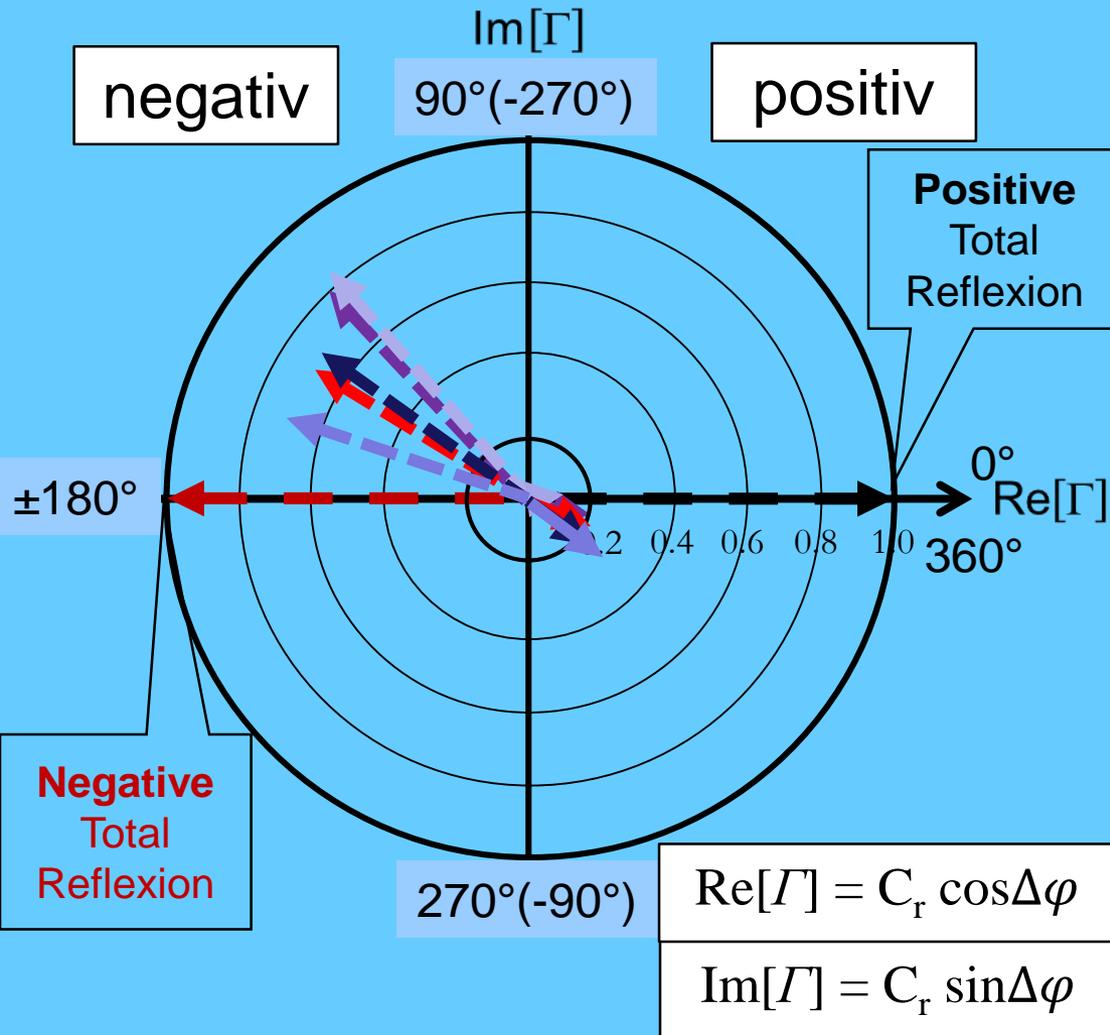
Phasenverschiebungen $\Delta\varphi$ [°] an Böschungen 1:2





Komplexer Reflexionskoeffizient $\Gamma = C_r e^{i\Delta\varphi}$ an 1:2 geneigten Wänden für jeweils 5 Partialwellen

Gauss'sche Zahlenebene

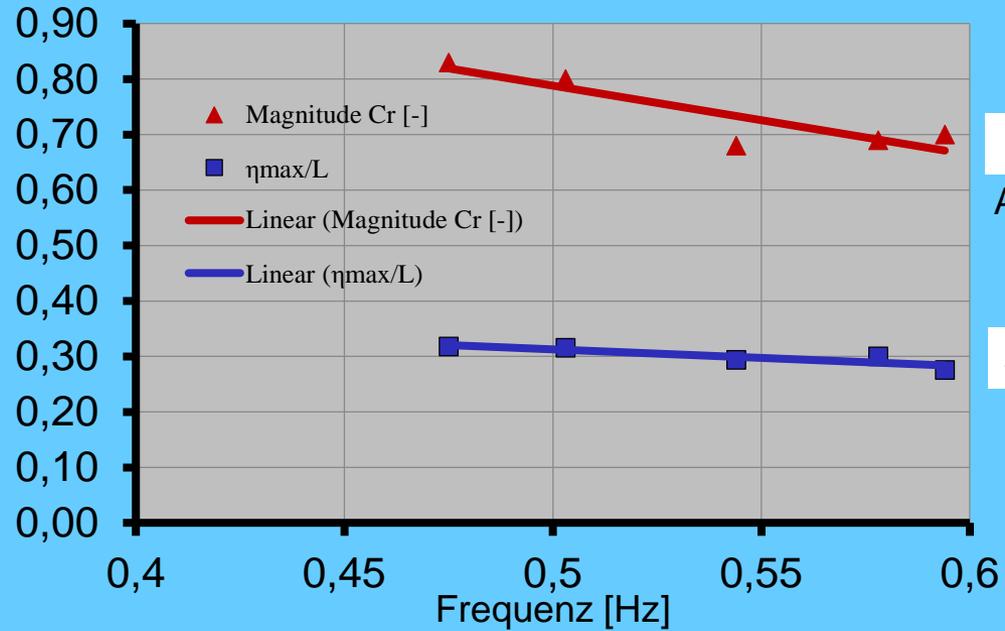


f[Hz]	L[m]	η_{\max} [m]	C_r	$\Delta\varphi$ [°]
Glatte Böschung				
0.475	4.4	1.40	0.83	130.9
0.503	3.8	1.20	0.80	132.6
0.544	3.4	1.00	0.68	148.2
0.578	3.0	0.90	0.69	144.0
0.594	2.9	0.80	0.70	161.4
Hohlformkörper				
0.475	4.4	2.15	0.09	8.2
0.503	3.8	1.95	0.16	-9.5
0.544	3.4	1.80	0.18	-21.2
0.578	3.0	1.65	0.21	-36.0
0.594	2.9	1.60	0.25	-37.2

Beträge C_r und relative Bauchabstände η_{\max}/L

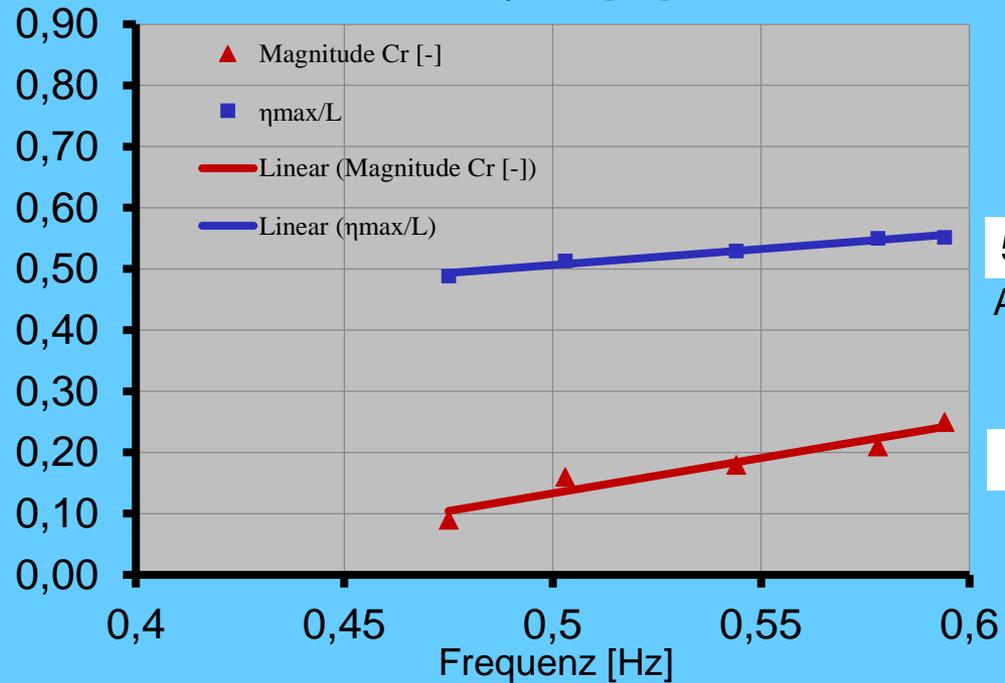


Glatte Böschung
1:n = 1:2



0,72
Arithmet. Mittelwerte
30% L

Hohlformkörper
1:n = 1:2



52% L
Arithmet. Mittelwerte
0,18

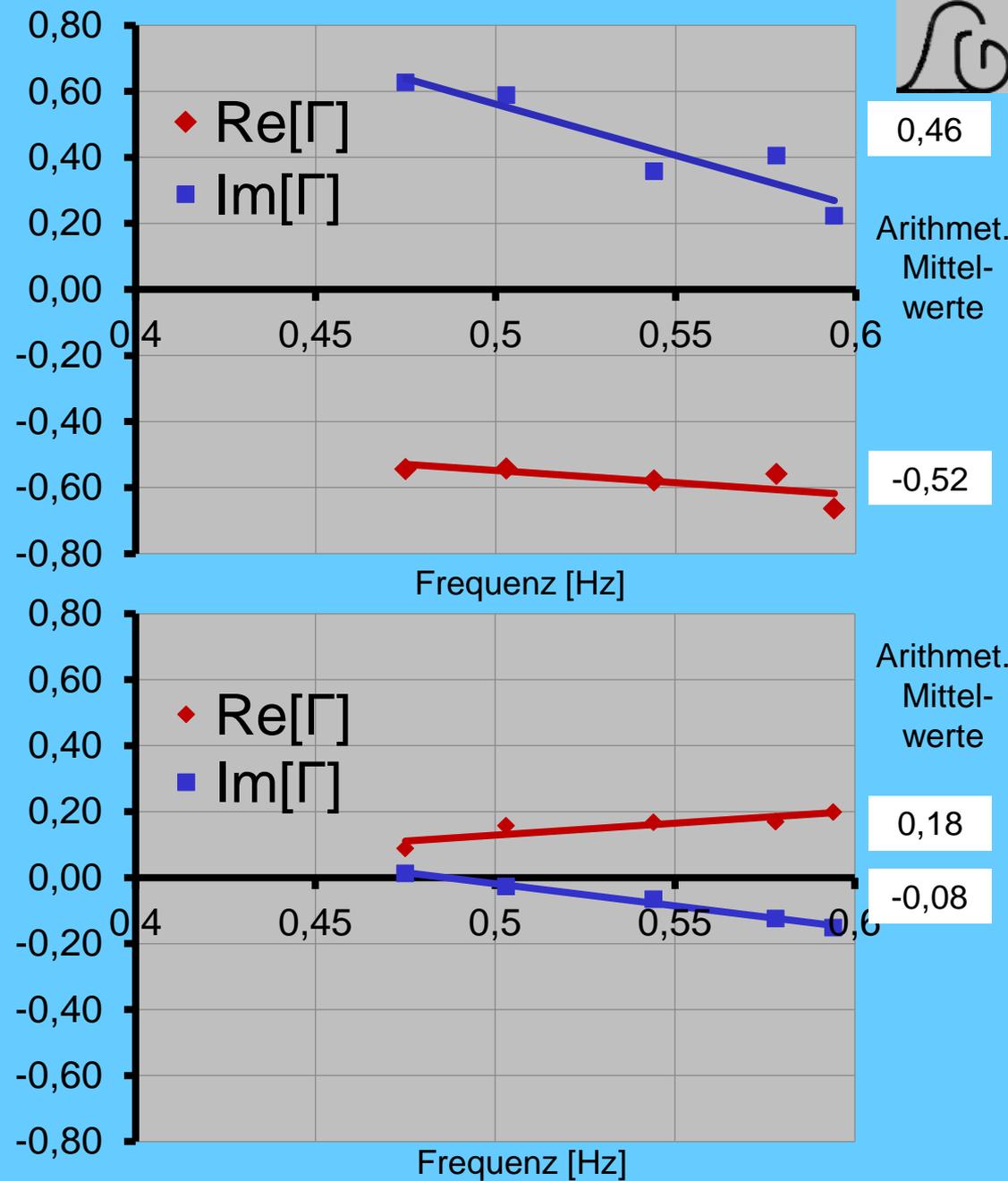
Real- und Imaginärteil des CRC $\Gamma = C_r e^{i\Delta\varphi}$



Glatte Böschung
1:n = 1:2

$\text{Re}[\Gamma] = C_r \cos\Delta\varphi$
$\text{Im}[\Gamma] = C_r \sin\Delta\varphi$

Hohlformkörper
1:n = 1:2



Mittelwerte des CRC $\Gamma = C_r e^{i\Delta\varphi}$ an Neigungen 1:2 aus den Komponenten von 5 Partialwellen mit gleichem Gewicht



Glatte Böschung 1:n = 1:2

$$C_r = \sqrt{0,46^2 + 0,52^2} = 0,69$$

$$\Delta\varphi = \tan^{-1} \frac{0,52}{0,46} + \pi/2 = 139^\circ$$

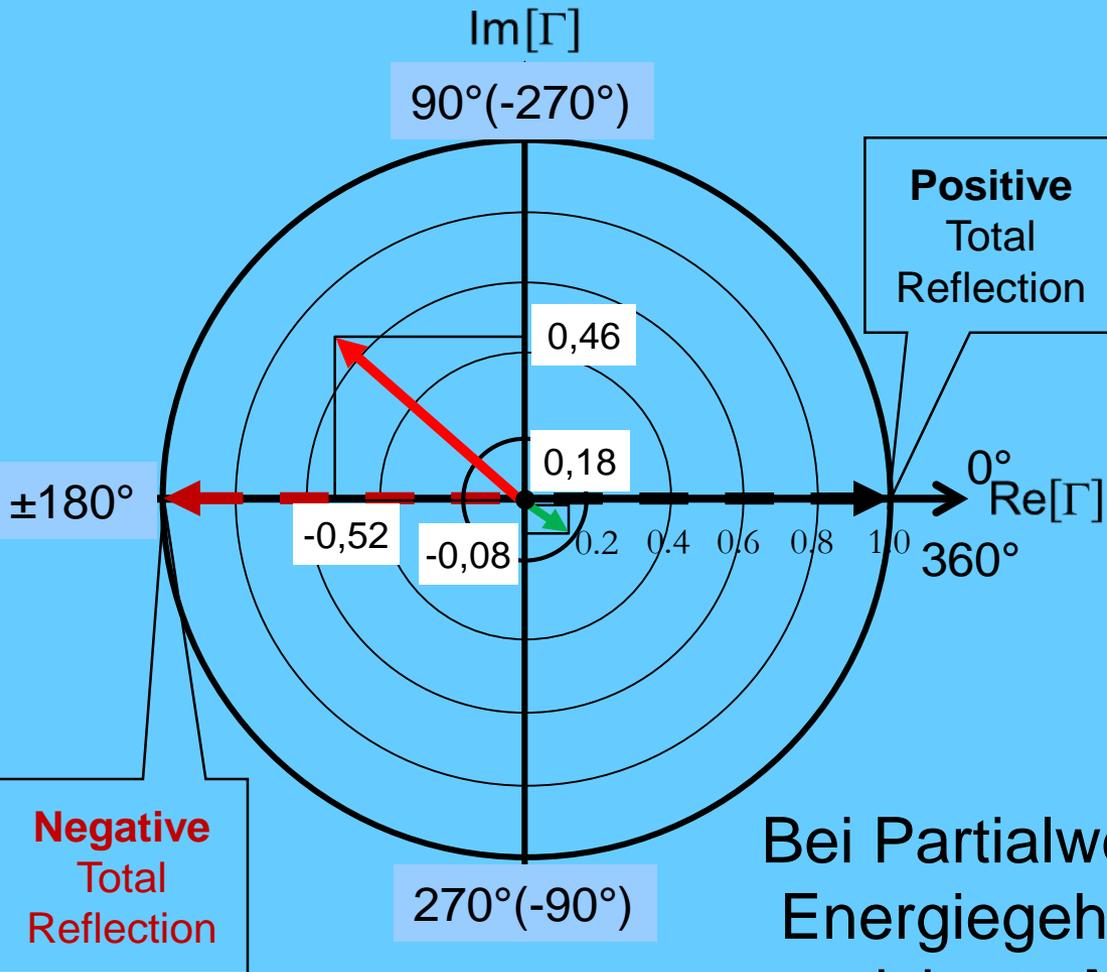
$$\Gamma = C_r e^{i\Delta\varphi} = 0,69 e^{i139^\circ}$$

Hohlformkörper 1:n = 1:2

$$C_r = \sqrt{0,18^2 + 0,08^2} = 0,20$$

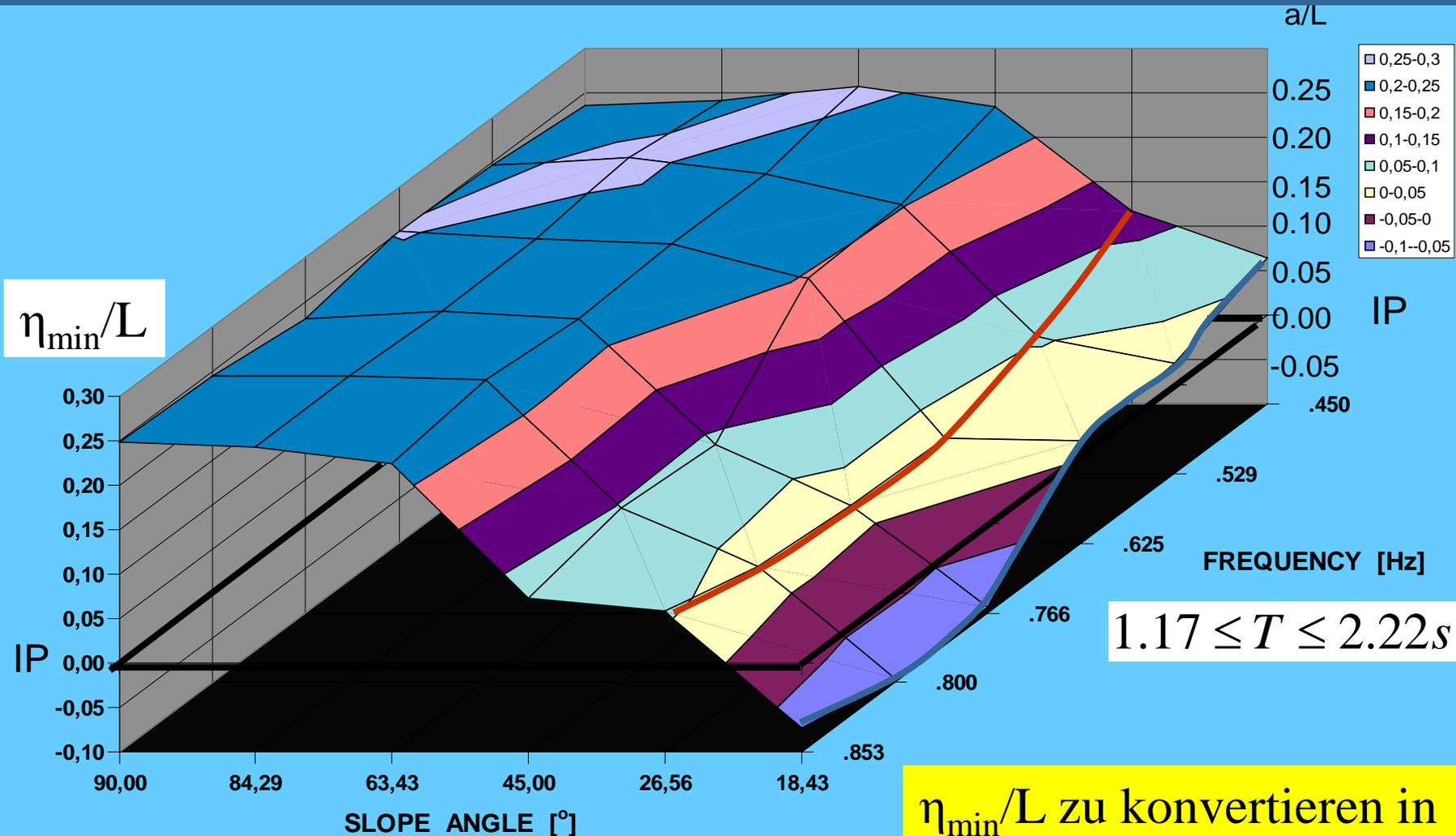
$$\Delta\varphi = \tan^{-1} \frac{0,08}{0,18} + 3\pi/2 = 336^\circ$$

$$\Gamma = C_r e^{i\Delta\varphi} = 0,20 e^{i336^\circ}$$



Bei Partialwellen mit unterschiedlichen Energiegehalten sollten vorzugsweise gewichtete Mittelwerte gebildet werden.

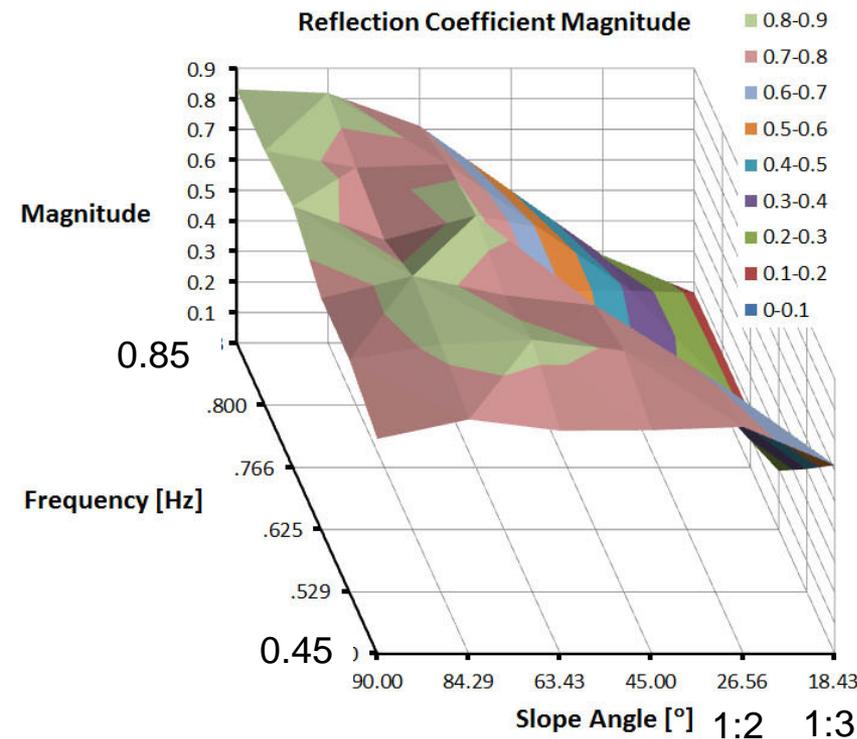
Monochromatische Wellen an glatter Neigung (1995): Relative Knotenabstände η_{\min}/L über Neigung und Frequenz



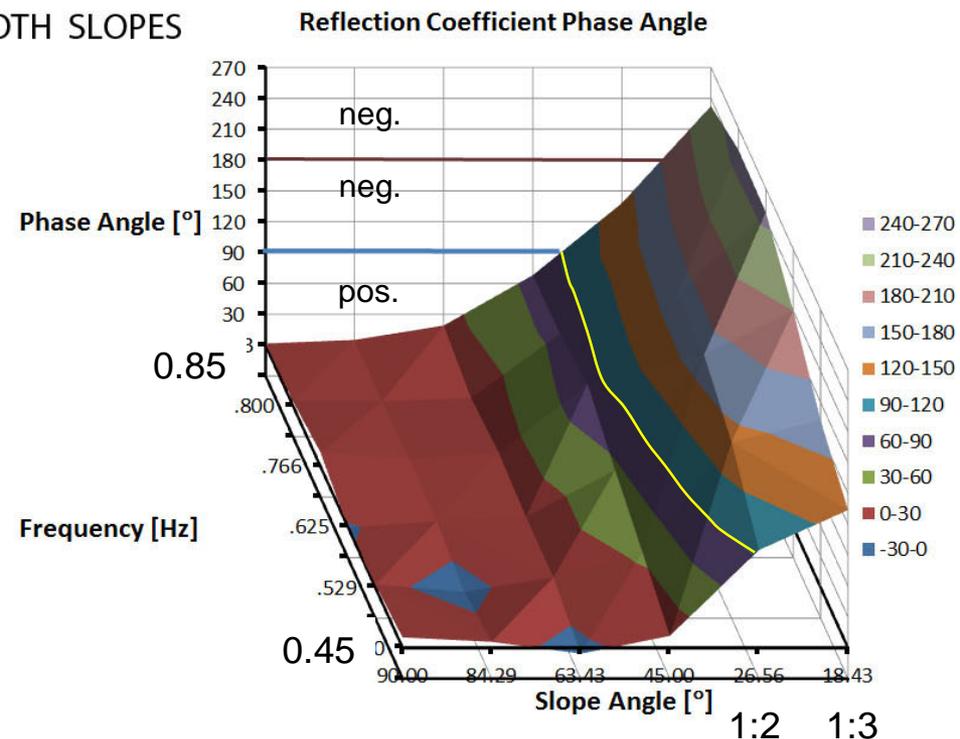
tan α = 1:m 1:0.1 1:0.5 1:1 **1:2** 1:3

η_{\min}/L zu konvertieren in
 $\Delta\varphi [^\circ] = 180(1 - 4\eta_{\min}/L)$

Beträge und Phasenwinkel des CRC aufgetragen über Frequenzen 0,45 – 0,85 Hz und Böschungsneigungen 90° - 18°



SMOOTH SLOPES



Ergebnisse für monochromatische Wellen

Bezogen auf beide Achsen (Winkel und Frequenzen) gibt es **Gegenläufige Trends bei Beträgen und Phasenwinkeln**, abnehmend für längere Wellen (geringere Frequenzen) und zunehmend für flachere Böschungsneigungen.



Der Phasewinkel $\Delta\phi$ bestimmt die Positionierung der partiell stehenden Welle an der reflektierenden Struktur und damit die Brechposition.

Schlussfolgerung: Der Phasenwinkel $\Delta\phi$ ist notwendig für eine vollständige Beschreibung des Brechvorganges an einer Neigung

Vermutungen zur Korrelation der Brechertypen mit $\Delta\phi$:

Phasenwinkel $\Delta\phi$	Brechertyp	Weitere Bedingung
$\approx \pm 0^\circ$	Gebrochene Clapotis	Überkritische Steilheit
1. oder 4. Quadrant (Positive Reflexion)	Kein identifizierbarer Brechertyp	Dissipation > Transmission
$\approx 180^\circ$	surging breaker	Geringe Dissipation
2. oder 3. Quadrant (Negative Reflexion)	collapsing oder plunging breaker	Dissipation und Transmission

Weitere Messungen erforderlich für deutlichere Aussagen !



Empfehlungen zur weiteren Erforschung des **verbundenen Effektes** von **Reflexion, Transmission und Dissipation** bei brechenden Wellen an geneigten Uferböschungen:

Verifikation vorliegender Ergebnisse im Naturmaßstab:

Spezifikation des Phasensprunges für längere Wellen und schwächer geneigte Böschungen

Künftige Klassifikation von Brechertypen in Abhängigkeit vom komplexen Reflexionkoeffizienten und als Funktion der *Iribarren* Zahl



F. Büsching, „Hollow Cubes“, HANSA, Nr.10, S. 62-65, 2001; Digibib TUBS, 2013

<http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00054244>

F. Büsching, „Sturmwellenresonanz an der Westküste der Insel Sylt,“ Die Küste, H. 67, pp. 51-

82, 2003, <http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00047046>

F. Büsching, „Phasensprung bei der partiellen Reflexion irregulärer Wasserwellen an steilen Uferböschungen,“ HANSA, H.5 sowie Binnenschifffahrt, H. 9 & 10, pp. 87-98 bzw. 73-77, 2010,

<http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00056885>.

F. Büsching, „Komplexe Reflexionskoeffizienten für Wasserwellen - Zur Klassifizierung von Brandungseffekten an Küstenschutzbauwerken -,“ Die Küste, H. 78, pp. 235-258, 2011,

<http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00047022>

F. Büsching, „Sturmbrandungsphänomene an der Westküste der Insel Sylt,“ *Digitale Bibliothek Braunschweig, Publikationsserver der TU Braunschweig*, pp. 29 bzw. 32 Seiten;

<http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00058823> , 2013, 2014.

Beitragende Diplomarbeiten (unveröffentlicht), Bielefeld University of Applied Sciences:

Kramer, M., Hagemeyer, K.(1992): Reflexion irregulärer Wellen an geböschten Uferschutzbauwerken.

Thienelt, W. (1994), Meyer, O. (1995): Partiiell stehende Wellen an unterschiedlich geneigten Böschungsbauwerken.

Lemke, S., Nicolai, A. (1997): Reflexion an einer aus Beton-Hohlformkörpern bestehenden Böschung mit der Neigung 1:2.